

УДК 621.313.333.02

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НИЗКОЧАСТОТНОГО ПИТАЮЩЕГО НАПРЯЖЕНИЯ ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Д. В. Резник

Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского
ул. Первомайская, 20, г. Кременчуг, 39600, Украина. E-mail: dimareznik@yandex.ru

Выполнен анализ и показана возможность применения метода, базирующегося на использовании низкочастотного питающего напряжения для определения электромагнитных параметров различных типов асинхронных двигателей. В области низких частот питающего напряжения наблюдается значительное изменение величины сопротивлений электрических машин, что позволяет использовать данные особенности при определении электромагнитных параметров двигателей.

Ключевые слова: асинхронный двигатель, схема замещения, электромагнитные параметры двигателя.

ВИКОРИСТАННЯ НИЗЬКОЧАСТОТНОЇ НАПРУГИ ЖИВЛЕННЯ ДЛЯ ІДЕНТИФІКАЦІЇ РІЗНИХ ТИПІВ АСИНХРОННИХ ДВИГУНІВ

Д. В. Резнік

Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського
вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, 39600, Україна. E-mail: dimareznik@yandex.ru

Виконано аналіз та показано можливість застосування методу, що базується на використанні низькочастотної напруги живлення для визначення електромагнітних параметрів різних типів асинхронних двигунів. В області низьких частот напруги живлення спостерігається значна зміна величин опорів електричних машин, що дозволить використати дані властивості при визначенні електромагнітних параметрів двигунів.

Ключові слова: асинхронний двигун, схема заміщення, електромагнітні параметри двигуна.

АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ. Своей простой, экономичностью и высокой надежностью асинхронные двигатели (АД) обусловили их широкое применение в различных отраслях промышленности. АД выпускаются мощностью от нескольких ватт до десятков мегаватт, при этом их конструкция отличается незначительно. Основным отличием в конструкции машины, влияющим на характеристики двигателей, является применение различных форм пазов роторов [1, 2], однако основным остается вопрос, связанный с определением электромагнитных параметров электрических машин. Этому вопросу посвящено значительное количество исследований, в которых решаются отдельные задачи для конкретных случаев с довольно сложными алгоритмами вычислений [3–7].

В известных работах [8–10] проводился анализ применения метода, базирующегося на использовании низкочастотного питающего напряжения для определения электромагнитных параметров асинхронных двигателей. Полученные результаты позволили сделать вывод о том, что данный метод может быть полезен, т.к. точность определения параметров достигает 5 %.

МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ. Анализ возможности применения метода, базирующегося на использовании низкочастотного питающего напряжения для определения электромагнитных параметров асинхронных двигателей, выполним для трех схем замещения (рис. 1) [1, 2]:

- Т-образная схема замещения;
- схема замещения двухклеточного асинхронного двигателя;

– упрощенная схема замещения двухклеточного асинхронного двигателя при $s \approx 1$.

Выбор данных схем связан с тем, что первая схема является базовой при рассмотрении асинхронных двигателей, а вторая и третья схемы относятся к двухклеточному асинхронному двигателю, в котором используется явление вытеснения тока в обмотках ротора для улучшения пусковых свойств двигателя [1, 2]. Особенностью третьей схемы является то, что при скольжении $s \approx 1$ в разветвленном вторичном контуре можно пренебречь активным сопротивлением нижней клетки R_R по сравнению с относительно большим индуктивным сопротивлением X_R той же клетки.

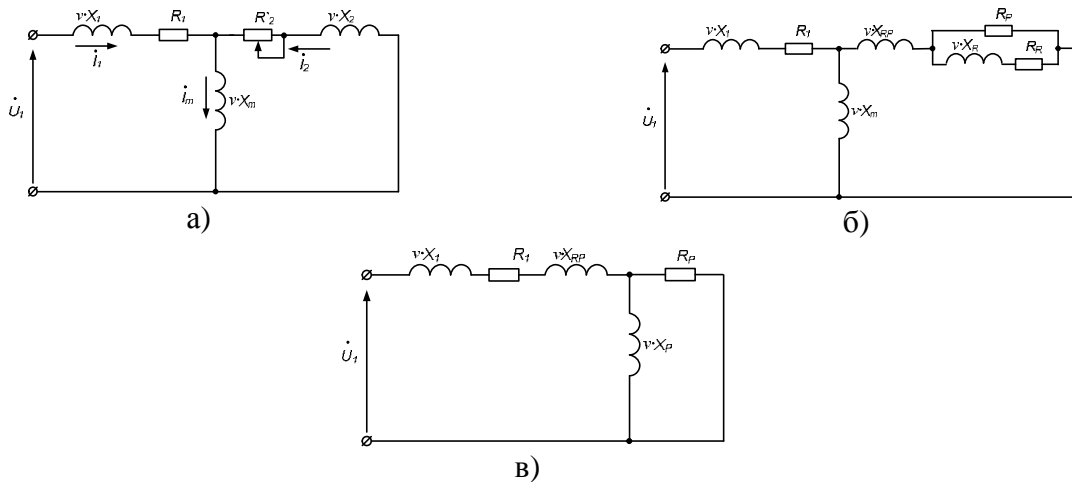


Рисунок 1 – Схемы замещения разных типов асинхронных двигателей:
 а) Т-образная схема замещения; б) схема замещения двухклеточного двигателя;
 в) упрощенная схема замещения двухклеточного асинхронного двигателя при $s \approx 1$

Согласно [8–10], параметры Т-образной схемы замещения можно представить в виде выражений:

полное сопротивление Т-образной схемы замещения:

$$Z_e(v) = Z_1(v) + \frac{Z_2(v)Z_m(v)}{Z_2(v)Z_m(v)} = R_1 + jvX_1 + \frac{jvR_2^2 X_m + jv^3 X_2^2 X_m + v^2 R_2 X_m^2 + jv^3 X_2 X_m^2}{R_2^2 + (vX_2 + vX_m)^2}; \quad (1)$$

эквивалентное активное сопротивление:

$$R_E(v) = R_1 + \frac{v^2 R_2 X_m^2}{R_2^2 + (vX_2 + vX_m)^2}; \quad (2)$$

эквивалентное индуктивное сопротивление:

$$X_E(v) = jvX_1 + \frac{jvR_2^2 X_m + jv^3 X_2^2 X_m + jv^3 X_2 X_m^2}{R_2^2 + (vX_2 + vX_m)^2}. \quad (3)$$

Определим первую и вторую производную по частоте для полного и эквивалентных сопротивлений, что позволяет соответствующим образом подготовить материал для идентификации параметров асинхронных двигателей.

Первая производная от полного сопротивления для Т-образной схемы замещения:

$$\begin{aligned}
 \frac{d(Z_E(v))}{dv} &= \frac{d\left(\sqrt{R_E(v)^2 + X_E(v)^2}\right)}{dv} = \\
 &= \frac{1}{2\left[\left(R_1 + \frac{v^2 R_2 X_m^2}{R_2^2 + v^2(X_2 + X_m)^2}\right)^2 + \left(vX_1 + \frac{vR_2^2 X_m + v^3 X_2 X_m + v^3 X_2 X_m^2}{R_2^2 + v^2(X_2 + X_m)^2}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}} \times \\
 &\times \left[2\left[R_1 + \frac{v^2 R_2 X_m^2}{R_2^2 + v^2(X_2 + X_m)^2}\right] \left[\frac{2vR_2 X_m^2}{R_2^2 + v^2(X_2 + X_m)^2} - \frac{2v^3 R_2 X_m^2}{(R_2^2 + v^2(X_2 + X_m)^2)^2} \times \right. \right. \\
 &\times (X_2 + X_m^2)] + 2\left[vX_1 + \frac{vR_2^2 X_m + v^3 X_2 X_m + v^3 X_2 X_m^2}{R_2^2 + v^2(X_2 + X_m)^2}\right] \times \\
 &\times \left[X_1 + \frac{R_2^2 X_m + 3v^2 X_m X_2^2 + 3v^2 X_2^2 X_m}{R_2^2 + v^2(X_2 + X_m)^2} - 2v(X_2 + X_m)^2 \times \right. \\
 &\times \left. \left. \frac{vR_2^2 X_m + v^3 X_2 X_m + v^3 X_2 X_m^2}{(R_2^2 + v^2(X_2 + X_m)^2)^2}\right] \right].
 \end{aligned} \tag{4}$$

Первая производная от эквивалентного активного сопротивления Т-образной схемы замещения:

$$R_E(v)' = \frac{d(R_E(v))}{dv} = \frac{2vR_2 X_m^2}{R_2^2 + v^2(X_2 + X_m)^2} \left(1 - \frac{v^2(X_2 + X_m)^2}{(R_2^2 + v^2(X_2 + X_m)^2)^2}\right) \tag{5}$$

Первая производная от эквивалентного индуктивного сопротивления для Т-образной схемы замещения:

$$\begin{aligned}
 X_E(v)' &= \frac{d(X_E(v))}{dv} = X_1 + \frac{R_2^2 X_m + 3v^2 X_2^2 X_m + 3v^2 X_2 X_m^2}{R_2^2 + v^2(X_2 + X_m)^2} - \\
 &- 2 \frac{vR_2^2 X_m + v^3 X_2 X_m + v^3 X_2 X_m^2}{(R_2^2 + v^2(X_2 + X_m)^2)^2} v(X_2 + X_m)^2.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Вторая производная от полного сопротивления для Т-образной схемы замещения:

$$\begin{aligned}
 Z_E(v)'' &= \frac{d\left(Z_E(v)'\right)}{dv} = \\
 &= \frac{-1}{4\left[\left(R_1 + \frac{v^2 R_2 X_m^2}{R_2^2 + v^2(X_2 + X_m)^2}\right)^2 + \left(vX_1 + \frac{vR_2^2 X_m + v^3 X_2 X_m + v^3 X_2 X_m^2}{R_2^2 + v^2(X_2 + X_m)^2}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \times \\
 &\times \left[2\left[R_1 + \frac{v^2 R_2 X_m^2}{R_2^2 + v^2(X_2 + X_m)^2}\right] \left[\frac{2vR_2 X_m^2}{R_2^2 + v^2(X_2 + X_m)^2} - \frac{2v^3 R_2 X_m^2 (X_2 + X_m^2)}{(R_2^2 + v^2(X_2 + X_m)^2)^2}\right] + \right. \\
 &\left. + 2\left[vX_1 + \frac{vR_2^2 X_m + v^3 X_2 X_m + v^3 X_2 X_m^2}{R_2^2 + v^2(X_2 + X_m)^2}\right] \times \right.
 \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \left[X_1 + \frac{R_2^2 X_m + 3v^2 X_m X_2^2 + 3v^2 X_2 X_m^2}{R_2^2 + v^2 (X_2 + X_m)^2} - 2v(X_2 + X_m)^2 \times \right. \\
 & \left. \times \frac{vR_2^2 X_m + v^3 X_2^2 X_m + v^3 X_2 X_m^2}{(R_2^2 + v^2 (X_2 + X_m)^2)^2} \right]^2 + \\
 & + \frac{1}{2 \left(\left(R_1 + \frac{v^2 R_2 X_m^2}{R_2^2 + v^2 (X_2 + X_m)^2} \right)^2 + \left(vX_1 + \frac{vR_2^2 X_m + v^3 X_2 X_m + v^3 X_2 X_m^2}{R_2^2 + v^2 (X_2 + X_m)^2} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \times \\
 & \times \left[2 \left[\frac{2vR_2 X_m^2}{R_2^2 + v^2 (X_2 + X_m)^2} - \frac{2v^3 R_2 X_m^2 (X_2 + X_m^2)}{(R_2^2 + v^2 (X_2 + X_m)^2)^2} \right]^2 + \right. \\
 & + 2 \left[R_1 + \frac{v^2 R_2 X_m^2}{R_2^2 + v^2 (X_2 + X_m)^2} \right] \left[\frac{2R_2 X_m^2}{R_2^2 + v^2 (X_2 + X_m)^2} - \frac{10v^2 R_2 X_m^2 (X_2 + X_m)^2}{(R_2^2 + v^2 (X_2 + X_m)^2)^2} + \right. \\
 & \left. \left. + \frac{8v^4 R_2 X_m^2 (X_2 + X_m)^4}{(R_2^2 + v^2 (X_2 + X_m)^2)^3} \right] + 2 \left[X_1 + \frac{R_2^2 X_m + 3v^2 X_m X_2^2 + 3v^2 X_2 X_m^2}{R_2^2 + v^2 (X_2 + X_m)^2} - \right. \right. \\
 & \left. \left. - 2v(X_2 + X_m)^2 \frac{vR_2^2 X_m + v^3 X_2^2 X_m + v^3 X_2 X_m^2}{(R_2^2 + v^2 (X_2 + X_m)^2)^2} \right] \right]^2 + \\
 & + 2 \left[vX_1 + \frac{vR_2^2 X_m + v^3 X_2^2 X_m + v^3 X_2 X_m^2}{R_2^2 + v^2 (X_2 + X_m)^2} \right] \times \\
 & \times \left[\frac{6vX_2^2 X_m + 6vX_2 X_m^2}{R_2^2 + v^2 (X_2 + X_m)^2} - 4v(X_2 + X_m)^2 \frac{R_2^2 X_m + 3v^2 X_2^2 X_m + 3v^2 X_2 X_m^2}{(R_2^2 + v^2 (X_2 + X_m)^2)^2} + \right. \\
 & + 8v^2 (X_2 + X_m)^4 \frac{vR_2^2 X_m + v^3 X_2^2 X_m + v^3 X_2 X_m^2}{(R_2^2 + v^2 (X_2 + X_m)^2)^3} - \\
 & \left. - 2(X_2 + X_m)^2 \frac{vR_2^2 X_m + v^3 X_2^2 X_m + v^3 X_2 X_m^2}{(R_2^2 + v^2 (X_2 + X_m)^2)^2} \right].
 \end{aligned}$$

Вторая производная от эквивалентного активного сопротивления Т-образной схемы замещения:

$$\begin{aligned}
 R_E(v)'' &= \frac{d(R_E(v)')}{dv} = \frac{2R_2 X_m^2}{R_2^2 + v^2 (X_2 + X_m)^2} - \frac{10v^2 R_2 X_m^2 (X_2 + X_m)^2}{(R_2^2 + v^2 (X_2 + X_m)^2)^2} + \\
 & + \frac{8v^4 R_2 X_m^2 (X_2 + X_m)^4}{(R_2^2 + v^2 (X_2 + X_m)^2)^3}.
 \end{aligned} \tag{8}$$

Вторая производная от эквивалентного индуктивного сопротивления для Т-образной схемы замещения:

$$\begin{aligned}
 X_E(v)'' &= \frac{d(X_E(v)')}{dv} = \frac{6vX_2^2X_m + 6vX_2X_m^2}{R_2^2 + v^2(X_2 + X_m)^2} - \\
 &- 4v(X_2 + X_m)^2 \frac{R_2^2X_m + 3v^2X_2^2X_m + 3v^2X_2X_m^2}{(R_2^2 + v^2(X_2 + X_m)^2)^2} + \\
 &+ 8v^2(X_2 + X_m)^4 \frac{vR_2^2X_m + v^3X_2^2X_m + v^3X_2X_m^2}{(R_2^2 + v^2(X_2 + X_m)^2)^3} - \\
 &- 2(X_2 + X_m)^2 \frac{vR_2^2X_m + v^3X_2^2X_m + v^3X_2X_m^2}{(R_2^2 + v^2(X_2 + X_m)^2)^2}.
 \end{aligned} \tag{9}$$

Аналогічним образом распишем схему замещения двухклеточного асинхронного двигателя (рис. 1,б). Особенностью данной схемы является параллельный контур в роторе, что приводит к более сложным выражениям.

Полное сопротивление ротора:

$$Z_{ROT}(v) = Z_{PR}(v) + \frac{Z_R(v) \cdot Z_P(v)}{Z_R(v) + Z_P(v)} = jvX_{PR} + \frac{jvR_P^2X_R + v^2R_PX_R^2 + R_P^2R_R + R_P R_R^2}{(R_R + R_P)^2 + vX_P^2}. \tag{10}$$

Из полного сопротивления можно выделить активную и индуктивную составляющие. Тогда активная составляющая сопротивления:

$$R_{ROT}(v) = \frac{v^2R_PX_R^2 + R_P^2R_R + R_P R_R^2}{(R_R + R_P)^2 + vX_P^2}; \tag{11}$$

индуктивная составляющая сопротивления:

$$X_{ROT}(v) = jvX_{PR} + \frac{jvR_P^2X_R}{(R_R + R_P)^2 + vX_P^2}. \tag{12}$$

Первая производная от полного сопротивления ротора двухклеточного асинхронного двигателя:

$$\begin{aligned}
 Z_{ROT}(v)' &= \frac{d(Z_{ROT}(v))}{dv} = \frac{d(\sqrt{R_{ROT}(v)^2 + X_{ROT}(v)^2})}{dv} = \\
 &= \frac{1}{\left[\frac{(v^2X_R^2R_P + R_P^2R_R + R_P R_R^2)^2}{((R_P + R_R)^2 + v^2X_R^2)^2} + \left(vX_{PR} + \frac{vX_R R_P^2}{((R_P + R_R)^2 + v^2X_R^2)} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \times \\
 &\times \left[\frac{4vX_R^2R_P(v^2X_R^2R_P + R_P^2R_R + R_P R_R^2)}{((R_P + R_R)^2 + v^2X_R^2)^2} - \frac{4vX_R^2(v^2X_R^2R_P + R_P^2R_R + R_P R_R^2)^2}{((R_P + R_R)^2 + v^2X_R^2)^3} + \right. \\
 &+ 2 \left[vX_{PR} + \frac{vR_P^2X_R}{(R_P + R_R)^2 + v^2X_R^2} \right] \left[X_{PR} + \frac{X_R R_P^2}{(R_P + R_R)^2 + v^2X_R^2} - \right. \\
 &\left. \left. - \frac{2v^2X_R^3R_P^2 + v^3X_2^2X_m + v^3X_2X_m^2}{((R_P + R_R)^2 + v^2X_R^2)^2} \right] \right].
 \end{aligned} \tag{13}$$

Первая производная от эквивалентного активного сопротивления ротора двухклеточного асинхронного двигателя:

$$R_{ROT}(v)' = \frac{d(R_{ROT}(v))}{dv} = \frac{2vX_R^2 R_P}{(R_P + R_R)^2 + v^2 X_R^2} - 2vX_R^2 \frac{v^2 X_R^2 R_P + R_P^2 R_R + R_P R_R^2}{\left((R_P + R_R)^2 + v^2 X_R^2\right)^2}. \quad (14)$$

Первая производная от эквивалентного индуктивного сопротивления ротора двухклеточного асинхронного двигателя:

$$X_{ROT}(v)' = \frac{d(X_{ROT}(v))}{dv} = X_{PR} + \frac{X_R R_P^2}{(R_P + R_R)^2 + v^2 X_R^2} - \frac{2v^2 X_R^3 R_P^2}{\left((R_P + R_R)^2 + v^2 X_R^2\right)^2}. \quad (15)$$

Вторая производная от полного сопротивления ротора двухклеточного асинхронного двигателя:

$$\begin{aligned} Z_{ROT}(v)'' &= \frac{d\left(Z_{ROT}(v)'\right)}{dv} = \\ &= \frac{-1}{\left[4 \left(\frac{\left(v^2 X_R^2 R_P + R_P^2 R_R + R_P R_R^2\right)^2}{\left((R_P + R_R)^2 + v^2 X_R^2\right)^2} + \left(v X_{PR} + \frac{v X_R R_P^2}{\left((R_P + R_R)^2 + v^2 X_R^2\right)^2} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \times \\ &\times \left[\frac{4vX_R^2 R_P \left(v^2 X_R^2 R_P + R_P^2 R_R + R_P R_R^2\right)}{\left((R_P + R_R)^2 + v^2 X_R^2\right)^2} - \frac{4vX_R^2 \left(v^2 X_R^2 R_P + R_P^2 R_R + R_P R_R^2\right)^2}{\left((R_P + R_R)^2 + v^2 X_R^2\right)^3} + \right. \\ &+ 2 \left[v X_{PR} + \frac{v R_P^2 X_R}{(R_P + R_R)^2 + v^2 X_R^2} \right] \left[X_{PR} + \frac{X_R R_P^2}{(R_P + R_R)^2 + v^2 X_R^2} - \frac{2v^2 X_R^3 R_P^2}{\left((R_P + R_R)^2 + v^2 X_R^2\right)^2} \right]^2 + \\ &+ \frac{1}{\left[2 \left(\frac{\left(v^2 X_R^2 R_P + R_P^2 R_R + R_P R_R^2\right)^2}{\left((R_P + R_R)^2 + v^2 X_R^2\right)^2} + \left(v X_{PR} + \frac{v X_R R_P^2}{\left((R_P + R_R)^2 + v^2 X_R^2\right)^2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \times \\ &\times \left[\frac{8v^2 X_R^4 R_P^2}{\left((R_P + R_R)^2 + v^2 X_R^2\right)^2} - \frac{32v^2 X_R^4 R_P \left(v^2 X_R^2 R_P + R_P^2 R_R + R_P R_R^2\right)}{\left((R_P + R_R)^2 + v^2 X_R^2\right)^3} + \right. \\ &+ \frac{4X_R^2 R_P \left(v^2 X_R^2 R_P + R_P^2 R_R + R_P R_R^2\right)}{\left((R_P + R_R)^2 + v^2 X_R^2\right)^2} + \frac{24v^2 X_R^2 \left(v^2 X_R^2 R_P + R_P^2 R_R + R_P R_R^2\right)^2}{\left((R_P + R_R)^2 + v^2 X_R^2\right)^4} - \\ &- \frac{4X_R^2 \left(v^2 X_R^2 R_P + R_P^2 R_R + R_P R_R^2\right)^2}{\left((R_P + R_R)^2 + v^2 X_R^2\right)^3} + \\ &+ 2 \left[X_{PR} + \frac{X_R R_P^2}{(R_P + R_R)^2 + v^2 X_R^2} - \frac{2v^2 X_R^3 R_P^2}{\left((R_P + R_R)^2 + v^2 X_R^2\right)^2} \right]^2 + \\ &+ 2 \left[v X_{PR} + \frac{v R_P^2 X_R}{(R_P + R_R)^2 + v^2 X_R^2} \right] \left[\frac{-6X_R^2 R_P^2}{\left((R_P + R_R)^2 + v^2 X_R^2\right)^2} + \frac{8v^3 X_R^5 R_P^2}{\left((R_P + R_R)^2 + v^2 X_R^2\right)^3} \right]. \quad (16) \end{aligned}$$

Вторая производная от эквивалентного активного сопротивления ротора двухклеточного асинхронного двигателя:

$$R_{ROT}(v)'' = \frac{d(R_{ROT}(v)')}{dv} = \frac{2X_R^2 R_P}{(R_P + R_R)^2 + v^2 X_R^2} - \frac{8v^2 X_R^4 R_P}{((R_P + R_R)^2 + v^2 X_R^2)^2} + \frac{8v^2 X_R^4 (v^2 X_R^2 R_P + R_P^2 R_R + R_P R_R^2)}{((R_P + R_R)^2 + v^2 X_R^2)^3} - \frac{2X_R^2 (v^2 X_R^2 R_P + R_P^2 R_R + R_P R_R^2)}{((R_P + R_R)^2 + v^2 X_R^2)^2}. \quad (17)$$

Вторая производная от эквивалентного индуктивного сопротивления ротора двухклеточного асинхронного двигателя:

$$X_{ROT}(v)'' = \frac{d(X_{ROT}(v)')}{dv} = \frac{-6vX_R^3 R_P^2}{((R_P + R_R)^2 + v^2 X_R^2)^2} + \frac{8v^3 X_R^5 R_P^2}{((R_P + R_R)^2 + v^2 X_R^2)^3}. \quad (18)$$

Полное сопротивление всей схемы замещения

$$Z_{DK}(v) = R_1 + jvX_1 + \frac{jvX_m (R_{ROT}(v))^2 + v^2 X_m^2 R_{ROT}(v) + jv^3 (X_m^2 X_{ROT}(v) + X_m (X_{ROT}(v))^2)}{R_{ROT}(v)^2 + v^2 (X_m + X_{ROT}(v))^2}. \quad (19)$$

Из полного сопротивления можно выделить активную и индуктивную составляющие. Составляющая активного сопротивления:

$$R_{DK}(v) = R_1 + \frac{v^2 X_m^2 R_{ROT}(v)}{R_{ROT}(v)^2 + v^2 (X_m + X_{ROT}(v))^2}. \quad (20)$$

Составляющая индуктивного сопротивления:

$$X_{DK}(v) = jvX_1 + \frac{jvX_m (R_{ROT}(v))^2 + jv^3 (X_m^2 X_{ROT}(v) + X_m (X_{ROT}(v))^2)}{R_{ROT}(v)^2 + v^2 (X_m + X_{ROT}(v))^2}. \quad (21)$$

Первая производная от полного сопротивления всей схемы замещения двухклеточного асинхронного двигателя:

$$Z_{DK}(v)' = \frac{d(Z_{DK}(v))}{dv} = \frac{1 \times}{2 \left[\left(R_1 + \frac{v^2 X_m^2 X_{ROT}(v)}{(R_{ROT}(v))^2 + v^2 (X_m + X_{ROT}(v))^2} \right)^2 + \right]} \rightarrow \rightarrow \frac{\times 1}{\left[vX_1 + \frac{vX_m (R_{ROT}(v))^2 + v^3 (X_m^2 X_{ROT}(v) + X_m (X_{ROT}(v))^2)}{(R_{ROT}(v))^2 + v^2 (X_m + X_{ROT}(v))^2} \right]^2} \times \left[2 \left(R_1 + \frac{v^2 X_m^2 X_{ROT}(v)}{(R_{ROT}(v))^2 + v^2 (X_m + X_{ROT}(v))^2} \right) \left(\frac{2vX_m^2 X_{ROT}(v)}{(R_{ROT}(v))^2 + v^2 (X_m + X_{ROT}(v))^2} + \right) \right] \quad (22)$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{v^2 X_m^2 X_{ROT}'(v)}{(R_{ROT}(v))^2 + v^2 (X_m + X_{ROT}(v))^2} - \frac{v^2 X_m^2 X_{ROT}(v)}{((R_{ROT}(v))^2 + v^2 (X_m + X_{ROT}(v)))^2} \times \\
 & \times \left[2R_{ROT}(v)R_{ROT}'(v) + 2v(X_m + X_{ROT}(v))^2 + 2v^2(X_m + X_{ROT}(v))X_{ROT}'(v) \right] + \\
 & + 2 \left[vX_1 + \frac{vX_m(R_{ROT}(v))^2 + v^3(X_m^2 X_{ROT}(v) + X_m(X_{ROT}(v))^2)}{(R_{ROT}(v))^2 + v^2(X_m + X_{ROT}(v))^2} \right] \times \\
 & \times \left[X_1 + \frac{X_m(R_{ROT}(v))^2 + 2vX_m R_{ROT}(v)R_{ROT}'(v) + 3v^2(X_m^2 X_{ROT}(v) + X_m(X_{ROT}(v))^2)}{(R_{ROT}(v))^2 + v^2(X_m + X_{ROT}(v))^2} \right] \rightarrow \\
 & \rightarrow \frac{v^3(X_m^2 X_{ROT}(v) + 2X_m X_{ROT}(v)X_{ROT}'(v))}{+ v^2(X_m + X_{ROT}(v))^2} - \frac{vX_m R_{ROT}(v)^2 + v^3(X_m^2 X_{ROT}(v) + X_m(X_{ROT}(v))^2)}{((R_{ROT}(v))^2 + v^2(X_m + X_{ROT}(v)))^2} \times \\
 & \times \left[2R_{ROT}(v)R_{ROT}'(v) + 2v(X_m + X_{ROT}(v))^2 + 2v^2(X_m + X_{ROT}(v))X_{ROT}'(v) \right] \Big].
 \end{aligned}$$

Первая производная от эквивалентного активного сопротивления схемы замещения двухклеточного двигателя:

$$\begin{aligned}
 R_{DK}'(v) & = \frac{d(R_{DK}(v))}{dv} = \frac{2vX_m^2 R_{ROT}(v)}{R_{ROT}(v)^2 + v^2(X_m + X_{ROT}(v))^2} + \\
 & + \frac{v^2 X_m^2 R_{ROT}'(v)}{R_{ROT}(v)^2 + v^2(X_m + X_{ROT}(v))^2} - \frac{v^2 X_m^2 R_{ROT}(v)}{(R_{ROT}(v)^2 + v^2(X_m + X_{ROT}(v)))^2} \times \\
 & \times \left[2R_{ROT}(v)R_{ROT}'(v) + 2v(X_m + X_{ROT}(v))^2 + 2v^2(X_m + X_{ROT}(v))X_{ROT}'(v) \right].
 \end{aligned} \tag{23}$$

Первая производная от эквивалентного индуктивного сопротивления схемы замещения двухклеточного двигателя:

$$\begin{aligned}
 X_{DK}'(v) & = \frac{d(X_{DK}(v))}{dv} = X_1 + \\
 & + \frac{X_m(R_{ROT}(v))^2 + 2vX_m R_{ROT}(v)R_{ROT}'(v) + 3v^2(X_m^2 X_{ROT}(v) + X_m(X_{ROT}(v))^2)}{R_{ROT}(v)^2 + v^2(X_m + X_{ROT}(v))^2} \rightarrow \\
 & \rightarrow \frac{+ v^3(X_m^2 X_{ROT}(v) + 2X_m X_{ROT}(v)X_{ROT}'(v))}{+ v^2(X_m + X_{ROT}(v))^2} - \\
 & - \frac{vX_m(R_{ROT}(v))^2 + v^3(X_m^2 X_{ROT}(v) + X_m X_{ROT}(v)^2)}{(R_{ROT}(v)^2 + v^2(X_m + X_{ROT}(v)))^2} \times \\
 & \times \left[2R_{ROT}(v)R_{ROT}'(v) + 2v(X_m + X_{ROT}(v))^2 + 2v^2(X_m + X_{ROT}(v))X_{ROT}'(v) \right].
 \end{aligned} \tag{24}$$

Вторая производная от полного сопротивления всей схемы замещения двухклеточного асинхронного двигателя

$$\begin{aligned}
 Z_{DK}(v)'' &= \frac{d(Z_{DK}(v)')}{dv} = \frac{-1 \times}{4 \left[\left(R_1 + \frac{v^2 X_m^2 X_{ROT}(v)}{(R_{ROT}(v))^2 + v^2 (X_m + X_{ROT}(v))^2} \right)^2 + \right.} \rightarrow \\
 &\rightarrow \frac{\times 1}{\left. + \left(v X_1 + \frac{v X_m (R_{ROT}(v))^2 + v^3 (X_m^2 X_{ROT}(v) + X_m (X_{ROT}(v))^2)}{(R_{ROT}(v))^2 + v^2 (X_m + X_{ROT}(v))^2} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \times \\
 &\times \left[2 \left(R_1 + \frac{v^2 X_m^2 X_{ROT}(v)}{(R_{ROT}(v))^2 + v^2 (X_m + X_{ROT}(v))^2} \right) \left(\frac{2v X_m^2 X_{ROT}(v)}{(R_{ROT}(v))^2 + v^2 (X_m + X_{ROT}(v))^2} + \right. \right. \\
 &+ \left. \left. \frac{v^2 X_m^2 X_{ROT}(v)'}{(R_{ROT}(v))^2 + v^2 (X_m + X_{ROT}(v))^2} - \frac{v^2 X_m^2 X_{ROT}(v)}{((R_{ROT}(v))^2 + v^2 (X_m + X_{ROT}(v))^2)^2} \right) \times \right. \\
 &\times \left. \left(2R_{ROT}(v)R_{ROT}(v)' + 2v(X_m + X_{ROT}(v))^2 + 2v^2(X_m + X_{ROT}(v))X_{ROT}(v)' \right) \right] + \\
 &+ 2 \left(v X_1 + \frac{v X_m (R_{ROT}(v))^2 + v^3 (X_m^2 X_{ROT}(v) + X_m (X_{ROT}(v))^2)}{(R_{ROT}(v))^2 + v^2 (X_m + X_{ROT}(v))^2} \right) \times \\
 &\times \left[X_1 + \frac{X_m (R_{ROT}(v))^2 + 2v X_m R_{ROT}(v)R_{ROT}(v)' + 3v^2 (X_m^2 X_{ROT}(v) + X_m (X_{ROT}(v))^2)}{(R_{ROT}(v))^2 +} \rightarrow \right. \\
 &\rightarrow \left. \frac{v^3 (X_m^2 X_{ROT}(v) + 2X_m X_{ROT}(v)X_{ROT}(v)')}{+ v^2 (X_m + X_{ROT}(v))^2} \right. \\
 &- \left. \frac{v X_m R_{ROT}(v)^2 + v^3 (X_m^2 X_{ROT}(v) + X_m (X_{ROT}(v))^2)}{((R_{ROT}(v))^2 + v^2 (X_m + X_{ROT}(v))^2)^2} \right) \times \\
 &\times \left(2R_{ROT}(v)R_{ROT}(v)' + 2v(X_m + X_{ROT}(v))^2 + 2v^2(X_m + X_{ROT}(v))X_{ROT}(v)' \right) \left. \right]^2 + \\
 &+ \frac{1 \times}{2 \left[\left(R_1 + \frac{v^2 X_m^2 X_{ROT}(v)}{(R_{ROT}(v))^2 + v^2 (X_m + X_{ROT}(v))^2} \right)^2 + \right.} \rightarrow \\
 &\rightarrow \frac{\times 1}{\left. + \left(v X_1 + \frac{v X_m (R_{ROT}(v))^2 + v^3 (X_m^2 X_{ROT}(v) + X_m (X_{ROT}(v))^2)}{(R_{ROT}(v))^2 + v^2 (X_m + X_{ROT}(v))^2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \left[2 \left[\frac{2vX_m^2 X_{ROT}(v)}{(R_{ROT}(v))^2 + v^2(X_m + X_{ROT}(v))^2} + \frac{v^2 X_m^2 X_{ROT}(v)'}{(R_{ROT}(v))^2 + v^2(X_m + X_{ROT}(v))^2} - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{v^2 X_m^2 X_{ROT}(v)}{((R_{ROT}(v))^2 + v^2(X_m + X_{ROT}(v))^2)^2} \left[2R_{ROT}(v)R_{ROT}(v)' + 2v(X_m + X_{ROT}(v))^2 - \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. - + 2v^2(X_m + X_{ROT}(v))X_{ROT}(v)' \right] \right]^2 + 2 \left(R_1 + \frac{v^2 X_m^2 X_{ROT}(v)}{(R_{ROT}(v))^2 + v^2(X_m + X_{ROT}(v))^2} \right) \times \\
 & \times \left[\frac{2X_m^2 X_{ROT}(v)}{(R_{ROT}(v))^2 + v^2(X_m + X_{ROT}(v))^2} + \frac{4vX_m^2 X_{ROT}(v)}{(R_{ROT}(v))^2 + v^2(X_m + X_{ROT}(v))^2} - \right. \\
 & \left. - \frac{4vX_m^2 X_{ROT}(v)}{((R_{ROT}(v))^2 + v^2(X_m + X_{ROT}(v))^2)^2} \right] \times \\
 & \times \left(2R_{ROT}(v)R_{ROT}(v)' + 2v(X_m + X_{ROT}(v))^2 + 2v^2(X_m + X_{ROT}(v))X_{ROT}(v)' \right) + \\
 & + \frac{2v^2 X_m^2 X_{ROT}(v)''}{(R_{ROT}(v))^2 + v^2(X_m + X_{ROT}(v))^2} - \frac{2v^2 X_m^2 X_{ROT}(v)'}{((R_{ROT}(v))^2 + v^2(X_m + X_{ROT}(v))^2)^2} \times \\
 & \times \left(2R_{ROT}(v)R_{ROT}(v)' + 2v(X_m + X_{ROT}(v))^2 + 2v^2(X_m + X_{ROT}(v))X_{ROT}(v)' \right) + \\
 & + \frac{2v^2 X_m^2 X_{ROT}(v)''}{((R_{ROT}(v))^2 + v^2(X_m + X_{ROT}(v))^2)^3} \left(2R_{ROT}(v)R_{ROT}(v)' + 2v(X_m + X_{ROT}(v))^2 + + \right. \\
 & + 2R_{ROT}(v)R_{ROT}(v)'' + 2(X_m + X_{ROT}(v))^2 + 8v(X_m + X_{ROT}(v))X_{ROT}(v)' + 2v^2(X_{ROT}(v)')^2 + \\
 & + 2v^2(X_m + X_{ROT}(v))X_{ROT}(v)'' \left. \right] + 2 \left[X_1 + \frac{X_m(R_{ROT}(v))^2 + 2vR_{ROT}(v)R_{ROT}(v)' +}{(R_{ROT}(v))^2 +} \rightarrow \right. \\
 & \rightarrow \frac{3v^2(X_m^2 X_{ROT}(v) + X_m(X_{ROT}(v))^2) + v^3(X_m^2 X_{ROT}(v)' + 2X_m X_{ROT}(v)X_{ROT}(v)')}{v^2(X_m + X_{ROT}(v))^2} \\
 & \left. - \frac{vX_m(R_{ROT}(v))^2 + v^3(X_m^2 X_{ROT}(v) + X_m(X_{ROT}(v))^2)}{((R_{ROT}(v))^2 + v^2(X_m + X_{ROT}(v))^2)^2} \right] \times \\
 & \times \left[2R_{ROT}(v)R_{ROT}(v)' - + 2v(X_m + X_{ROT}(v))^2 + 2v^2(X_m + X_{ROT}(v))X_{ROT}(v)' \right]^2 +
 \end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned}
 & + 2 \left[v X_1 + \frac{v X_m (R_{ROT}(v))^2 + v^3 (X_m^2 X_{ROT}(v) + X_m (X_{ROT}(v))^2)}{(R_{ROT}(v))^2 + v^2 (X_m + X_{ROT}(v))^2} \right] \times \\
 & \times \left[\frac{4 X_m R_{ROT}(v) R_{ROT}(v)' + 2 v X_m (R_{ROT}(v)')^2 + 2 v X_m R_{ROT}(v) R_{ROT}(v)'' +}{(R_{ROT}(v))^2 +} \rightarrow \right. \\
 & \rightarrow \frac{+ 6 v (X_m^2 X_{ROT}(v) + X_m (X_{ROT}(v))^2) + + 6 v^2 (X_m^2 X_{ROT}(v)' + 2 X_m X_{ROT}(v) X_{ROT}(v)')} +}{+ v^2 (X_m +} \rightarrow \\
 & \rightarrow \frac{+ v^3 (X_m^2 X_{ROT}(v)'' + 2 X_m (X_{ROT}(v)')^2 + 2 X_m X_{ROT}(v) X_{ROT}(v)'')}{+ X_{ROT}(v))^2} \\
 & - 2 \frac{X_m (R_{ROT}(v))^2 + 2 v X_m R_{ROT}(v) R_{ROT}(v)' + 3 v^2 (X_m^2 X_{ROT}(v) + X_m (X_{ROT}(v))^2) +}{(R_{ROT}(v))^2 +} \\
 & \rightarrow \frac{+ v^3 (X_m^2 X_{ROT}(v)' + 2 X_m X_{ROT}(v) X_{ROT}(v)')}{+ v^2 (X_m + X_{ROT}(v))^2} \left[2 R_{ROT}(v) R_{ROT}(v)' + \right. \\
 & + 2 v (X_m + X_{ROT}(v))^2 + 2 v^2 (X_m + X_{ROT}(v)) X_{ROT}(v)' \left. \right] + \\
 & + 2 \frac{v X_m (R_{ROT}(v))^2 + v^3 (X_m^2 X_{ROT}(v) + X_m (X_{ROT}(v))^2)}{((R_{ROT}(v))^2 + + v^2 (X_m + X_{ROT}(v))^2)^3} \times \\
 & \times \left[2 R_{ROT}(v) R_{ROT}(v)' + 2 v (X_m + X_{ROT}(v))^2 + 2 v^2 (X_m + X_{ROT}(v)) X_{ROT}(v)' \right]^2 - \\
 & - \frac{v X_m (R_{ROT}(v))^2 + v^3 (X_m^2 X_{ROT}(v) + X_m (X_{ROT}(v))^2)}{((R_{ROT}(v))^2 + v^2 (X_m + X_{ROT}(v))^2)^2} \left[2 (R_{ROT}(v)')^2 + 2 R_{ROT}(v) R_{ROT}(v)'' + \right. \\
 & + 2 (X_m + X_{ROT}(v))^2 + 8 v (X_m + X_{ROT}(v)) X_{ROT}(v)' + 2 v^2 (X_{ROT}(v)')^2 + \\
 & \left. + 2 v^2 (X_m + X_{ROT}(v)) X_{ROT}(v)'' \right] \left. \right].
 \end{aligned}$$

Вторая производная от эквивалентного активного сопротивления схемы замещения двухклеточного двигателя:

$$\begin{aligned}
 R_{DK}(v)'' &= \frac{d\left(R_{DK}(v)'\right)}{dv} = \frac{2X_m^2 R_{ROT}(v)}{R_{ROT}(v)^2 + v^2(X_m + X_{ROT}(v))^2} + \\
 &+ \frac{4vX_m^2 R_{ROT}(v)'}{R_{ROT}(v)^2 + v^2(X_m + X_{ROT}(v))^2} - \frac{4vX_m^2 R_{ROT}(v)}{\left(R_{ROT}(v)^2 + v^2(X_m + X_{ROT}(v))^2\right)^2} \times \\
 &\times \left[2R_{ROT}(v)R_{ROT}(v)' + 2v(X_m + X_{ROT}(v))^2 + 2v^2(X_m + X_{ROT}(v))X_{ROT}(v)' \right] + \\
 &+ \frac{v^2 X_m^2 R_{ROT}(v)''}{R_{ROT}(v)^2 + v^2(X_m + X_{ROT}(v))^2} - \frac{2v^2 X_m^2 R_{ROT}(v)'}{\left(R_{ROT}(v)^2 + v^2(X_m + X_{ROT}(v))^2\right)^2} \times \\
 &\times \left[2R_{ROT}(v)R_{ROT}(v)' + 2v(X_m + X_{ROT}(v))^2 + 2v^2(X_m + X_{ROT}(v))X_{ROT}(v)' \right] + \\
 &+ \frac{2v^2 X_m^2 R_{ROT}(v)}{\left(R_{ROT}(v)^2 + v^2(X_m + X_{ROT}(v))^2\right)^3} \left[2R_{ROT}(v)R_{ROT}(v)' + 2v(X_m + X_{ROT}(v))^2 + \right. \\
 &+ \left. 2v^2(X_m + X_{ROT}(v))X_{ROT}(v)' \right]^2 - \frac{v^2 X_m^2 R_{ROT}(v)}{\left(R_{ROT}(v)^2 + v^2(X_m + X_{ROT}(v))^2\right)^2} \times \\
 &\times \left[2\left(R_{ROT}(v)'\right)^2 + 2R_{ROT}(v)' R_{ROT}(v)'' + 2(X_m + X_{ROT}(v))^2 + \right. \\
 &+ \left. 8v(X_m + X_{ROT}(v))X_{ROT}(v)' + 2v^2\left(X_{ROT}(v)'\right)^2 + 2v^2(X_m + X_{ROT}(v))X_{ROT}(v)'' \right].
 \end{aligned} \tag{26}$$

Вторая производная от эквивалентного индуктивного сопротивления схемы замещения двухклеточного двигателя:

$$\begin{aligned}
 X_{DK}(v)'' &= \frac{d\left(X_{DK}(v)'\right)}{dv} = \frac{4X_m R_{ROT}(v)R_{ROT}(v)' + 2vX_m\left(R_{ROT}(v)'\right)^2}{R_{ROT}(v)^2 +} \rightarrow \\
 &\rightarrow \frac{+ 2vX_m R_{ROT}(v)R_{ROT}(v)'' + 6v\left(X_m^2 X_{ROT}(v) + X_m X_{ROT}(v)^2\right) +}{+ v^2(X_m +} \rightarrow \\
 &\rightarrow \frac{6v^2\left(X_m^2 X_{ROT}(v) + 2X_m X_{ROT}(v)X_{ROT}(v)'\right) + v^3\left(X_m^2 X_{ROT}(v)'' + 2X_m\left(X_{ROT}(v)'\right)^2\right) +}{+ X_{ROT}(v)^2} \rightarrow \\
 &\rightarrow \frac{+ 2X_m X_{ROT}(v)X_{ROT}(v)''}{- 2} \frac{X_m(R_{ROT}(v))^2 + 2vX_m R_{ROT}(v)R_{ROT}(v)'}{\left[\left(R_{ROT}(v)\right)^2 +} \rightarrow \\
 &\rightarrow \frac{+ 3v^2\left(X_m^2 X_{ROT}(v) + X_m(X_{ROT}(v))^2\right) + v^3\left(X_m^2 X_{ROT}(v)' + 2X_m X_{ROT}(v)X_{ROT}(v)'\right)}{+ v^2(X_m + X_{ROT}(v))^2} \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \left[2R_{ROT}(v)R'_{ROT}(v) + 2v(X_m + X_{ROT}(v))^2 + 2v^2(X_m + X_{ROT}(v))X'_{ROT}(v) \right] + \\
 & + 2 \frac{vX_m(R_{ROT}(v))^2 + v^3(X_m^2 X_{ROT}(v) + X_m(X_{ROT}(v))^2)}{\left[(R_{ROT}(v))^2 + v^2(X_m + X_{ROT}(v))^2 \right]^3} \times \\
 & \times \left[2R_{ROT}(v)R'_{ROT}(v) + 2v(X_m + X_{ROT}(v))^2 + 2v^2(X_m + X_{ROT}(v))X'_{ROT}(v) \right]^2 - \\
 & - \frac{vX_m(R_{ROT}(v))^2 + v^3(X_m^2 X_{ROT}(v) + X_m(X_{ROT}(v))^2)}{\left[(R_{ROT}(v))^2 + v^2(X_m + X_{ROT}(v))^2 \right]^2} \left[2(R_{ROT}(v))^2 + 2R_{ROT}(v)R''_{ROT}(v) + \right. \\
 & + 2(X_m + X_{ROT}(v))^2 + 8v(X_m + X_{ROT}(v))X'_{ROT}(v) + 2v^2(X_{ROT}(v))^2 + \\
 & \left. + 2v^2(X_m + X_{ROT}(v))X''_{ROT}(v) \right].
 \end{aligned} \tag{27}$$

Полное сопротивление упрощенной схемы замещения двухклеточного асинхронного двигателя (рис.1,в):

$$Z_{DKS}(v) = R_1 + jv(X_1 + X_{PR}) + \frac{jvR_2^2 X_R + v^2 R_P X_R^2}{R_P^2 + (vX_R)^2}. \tag{28}$$

Из полного сопротивления можно выделить активную и индуктивную составляющие. Составляющая активного сопротивления:

$$R_{DKS}(v) = R_1 + \frac{v^2 R_P X_R^2}{R_P^2 + (vX_R)^2}. \tag{29}$$

Составляющая индуктивного сопротивления:

$$X_{DKS}(v) = jv(X_1 + X_{PR}) + \frac{jvR_2^2 X_R}{R_P^2 + (vX_R)^2}. \tag{30}$$

По представленным выражениям полных и эквивалентных сопротивлений определим первую и вторую производную по частоте.

Первая производная от полного сопротивления для упрощенной схемы замещения двухклеточного асинхронного двигателя:

$$\begin{aligned}
 \frac{d(Z_{DKS}(v))}{dv} &= \frac{d\left(\sqrt{R_{DKS}(v)^2 + X_{DKS}(v)^2}\right)}{dv} = \\
 &= \frac{1}{2 \left(\left(R_1 + \frac{v^2 R_P X_R^2}{R_P^2 + v^2 X_R^2} \right)^2 + \left(v(X_1 + X_{PR}) + \frac{vR_2^2 X_R}{R_P^2 + (vX_R)^2} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \times \\
 & \times \left[2 \left(R_1 + \frac{v^2 R_P X_R^2}{R_P^2 + v^2 X_R^2} \right) \left(\frac{2vR_P X_R^2}{R_P^2 + v^2 X_R^2} - \frac{2v^3 R_P X_R^4}{R_P^2 + v^2 X_R^2} \right) + \right. \\
 & \left. + 2 \left(v(X_1 + X_{PR}) + \frac{vR_2^2 X_R}{R_P^2 + (vX_R)^2} \right) \left(X_1 + X_{PR} + \frac{X_R R_P^2}{R_P^2 + v^2 X_R^2} - \frac{2v^2 R_2^2 X_R^3}{(R_P^2 + (vX_R)^2)^2} \right) \right].
 \end{aligned} \tag{31}$$

Первая производная от эквивалентного активного сопротивления упрощенной схемы замещения двухклеточного асинхронного двигателя:

$$R_{DKS}(v)' = \frac{d(R_{DKS}(v))}{dv} = \frac{2vR_P X_R^2}{R_P^2 + v^2 X_R^2} - \frac{2v^3 X_R^4 R_P}{(R_P^2 + v^2 X_R^2)^2}. \quad (32)$$

Первая производная от эквивалентного индуктивного сопротивления упрощенной схемы замещения двухклеточного асинхронного двигателя:

$$X_{DKS}(v)' = \frac{d(X_{DKS}(v))}{dv} = X_1 + X_{PR} + \frac{X_R R_P^2}{R_P^2 + v^2 X_R^2} - \frac{2v^2 X_R^3 R_P^2}{(R_P^2 + v^2 X_R^2)^2}. \quad (33)$$

Вторая производная от полного сопротивления для Г-образной схемы замещения:

$$\begin{aligned} Z_{DKS}(v)'' &= \frac{d(Z_{DKS}(v)')}{dv} = \frac{-1}{4 \left(\left(R_1 + \frac{v^2 R_P X_R^2}{R_P^2 + v^2 X_R^2} \right)^2 + \left(v(X_1 + X_{PR}) + \frac{v R_2^2 X_R}{R_P^2 + (v X_R)^2} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} \times \\ &\times \left[2 \left(R_1 + \frac{v^2 R_P X_R^2}{R_P^2 + v^2 X_R^2} \right) \left(\frac{2v R_P X_R^2}{R_P^2 + v^2 X_R^2} - \frac{2v^3 R_P X_R^4}{R_P^2 + v^2 X_R^2} \right) + 2 \left(v(X_1 + X_{PR}) + \frac{v R_2^2 X_R}{R_P^2 + (v X_R)^2} \right) \times \right. \\ &\times \left. \left(X_1 + X_{PR} + \frac{X_R R_P^2}{R_P^2 + v^2 X_R^2} - \frac{2v^2 R_2^2 X_R^3}{(R_P^2 + (v X_R)^2)^2} \right) \right]^2 + \\ &+ \frac{1}{2 \left(\left(R_1 + \frac{v^2 R_P X_R^2}{R_P^2 + v^2 X_R^2} \right)^2 + \left(v(X_1 + X_{PR}) + \frac{v R_2^2 X_R}{R_P^2 + (v X_R)^2} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \times \\ &\times \left[2 \left(\frac{2v R_P X_R^2}{R_P^2 + v^2 X_R^2} - \frac{2v^3 R_P X_R^4}{(R_P^2 + v^2 X_R^2)^2} \right) + 2 \left(R_1 + \frac{v^2 R_P X_R^2}{R_P^2 + v^2 X_R^2} \right) \left(\frac{2R_P X_R^2}{R_P^2 + v^2 X_R^2} - \frac{10v^2 R_P X_R^4}{(R_P^2 + v^2 X_R^2)^2} + \right. \right. \\ &+ \left. \frac{8v^4 R_P X_R^6}{(R_P^2 + v^2 X_R^2)^3} \right) + 2 \left(X_1 + X_{PR} + \frac{X_R R_P^2}{R_P^2 + v^2 X_R^2} - \frac{2v^2 R_2^2 X_R^3}{(R_P^2 + (v X_R)^2)^2} \right)^2 + \\ &+ \left. 2 \left(v(X_1 + X_{PR}) + \frac{v R_2^2 X_R}{R_P^2 + (v X_R)^2} \right) \left(\frac{-6X_R^3 R_P^2}{(R_P^2 + v^2 X_R^2)^2} + \frac{8v^3 R_2^2 X_R^5}{(R_P^2 + (v X_R)^2)^3} \right) \right]. \quad (34) \end{aligned}$$

Вторая производная от эквивалентного активного сопротивления упрощенной схемы замещения двухклеточного асинхронного двигателя:

$$R_{DKS}(v)'' = \frac{d(R_{DKS}(v)')}{dv} = \frac{2R_P X_R^2}{R_P^2 + v^2 X_R^2} - \frac{10v^2 R_P X_R^4}{(R_P^2 + v^2 X_R^2)^2} + \frac{8v^4 R_R X_R^6}{(R_P^2 + v^2 X_R^2)^3}. \quad (35)$$

Вторая производная от эквивалентного индуктивного сопротивления для Т-образной схемы замещения:

$$X_{DKS}(v)'' = \frac{d(X_{DKS}(v)')}{dv} = \frac{-6vX_R^3 R_P^2}{(R_P^2 + v^2 X_R^2)^2} + \frac{8v^3 X_R^5 R_P^2}{(R_P^2 + v^2 X_R^2)^3}. \quad (36)$$

В качестве примера выполним расчет для асинхронного двигателя типа 4АС132М2 $P_H = 11$ кВт, данные которого сведены в табл. 1. На рис. 2 приведены зависимости полных и эквивалентных сопротивлений и их первых и вторых производных по частоте для схем замещения, приведенных на рис. 1.

Таблица 1 – Паспортные данные двигателя 4АС132М2 $P_H = 11$ кВт

Параметр	Значение
Активное сопротивление статора R_S , Ом	0,365
Индуктивное сопротивление статора X_S , Ом	0,533
Индуктивное сопротивление потока рассеяния верхней и нижней клетки X_{PR} , Ом	1,088
Активное сопротивление нижней клетки ротора R_R , Ом	0,431
Индуктивное сопротивление нижней клетки ротора X_R , Ом	1,088
Активное сопротивление верхней клетки ротора R_p , Ом	2,373
Индуктивное сопротивление контура намагничивания X_m , Ом	29,7

По представленным зависимостям (рис. 2) в области $v = 0$ характеристики имеют вполне конкретные значения. Данное обстоятельство можно использовать для определения электромагнитных параметров двигателя. Математическое подтверждение заключается в определении пределов от вышеприведенных выражений (1)–(36) при $v \rightarrow 0$. Результаты в общем виде сведены в табл. 2. При этом (рис. 2,в) вторые производные полного и эквивалентного сопротивления совпадают для схем, представленных на рис 1,б,в. Подобные совпадения можно использовать как дополнительные выражения в системе уравнений для определения электромагнитных параметров двухклеточного асинхронного двигателя.

Из табл. 2 видно, что по всем трем схемам замещения можно определить электромагнитные параметры двигателя. Например, активное сопротивление статора (R_1) определяется как предел от полного или эквивалентного активного сопротивления. При вычислении пределов от первых и вторых производных, когда $v \rightarrow 0$, получены математические выражения, которые можно использовать для определения электромагнитных параметров асинхронного двигателя.

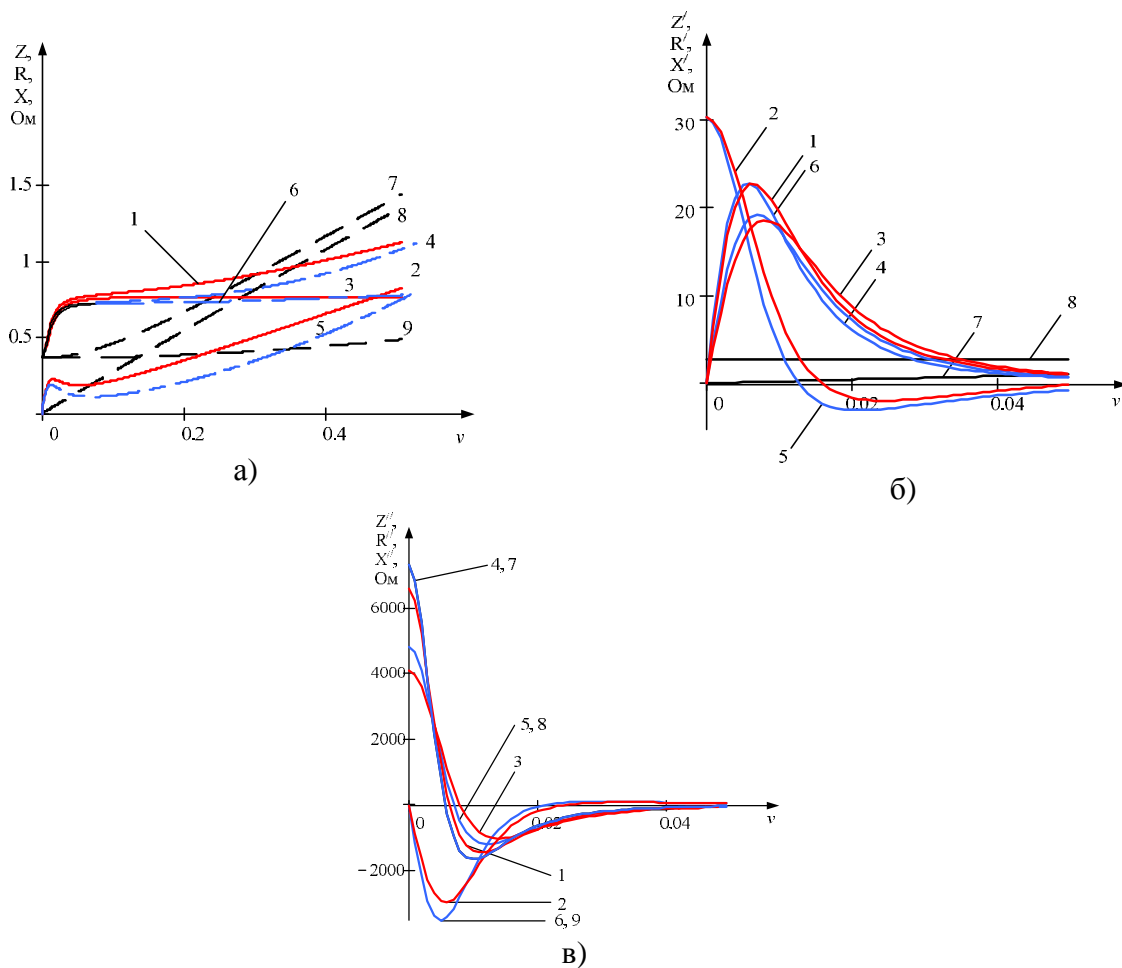


Рисунок 2 – Графики зависимости от относительной частоты полного, активного и индуктивного сопротивлений: Т-образной схемы замещения (1 – кривая полного, 2 – эквивалентного индуктивного, 3 – эквивалентного активного сопротивлений); двухклеточного двигателя (4 – кривая полного, 5 – эквивалентного индуктивного, 6 – эквивалентного активного сопротивлений); упрощенной схемы двухклеточного двигателя при $s = 1$ (7 – кривая полного, 8 – эквивалентного индуктивного, 9 – эквивалентного активного сопротивлений)

Таблица 2 – Значения сопротивлений и их производных

Схема замещения	Параметр схемы замещения	Значение	Формула для определения
Т-образная схема замещения	R_1	$\lim_{v \rightarrow 0} (Z_E(v)) = R_1$	(37)
	R_1	$\lim_{v \rightarrow 0} (R_E(v)) = R_1$	(38)
	$X_1 + X_m$	$\lim_{v \rightarrow 0} (X_E(v)) = X_1 + X_m$	(39)
	$\frac{2X_m^2}{R_2} + \frac{(X_1 + X_m)^2}{R_1}$	$\lim_{v \rightarrow 0} (Z_E(v)') = \frac{2X_m^2}{R_2} + \frac{(X_1 + X_m)^2}{R_1}$	(40)
	$\frac{2X_m^2}{R_2}$	$\lim_{v \rightarrow 0} (R_E(v)') = \frac{2X_m^2}{R_2}$	(41)

Продолжение таблицы 2

Схема замещения	Параметр схемы замещения	Значение	Формула для определения	
Схема замещения двухклеточного АД	Контур ротора	$\frac{R_P^2 R_R + R_P R_R^2}{(R_P + R_R)^2}$	$\lim_{v \rightarrow 0} (Z_{ROT}(v)) = \frac{R_P^2 R_R + R_P R_R^2}{(R_P + R_R)^2}$	(42)
		$\frac{R_P^2 R_R + R_P R_R^2}{(R_P + R_R)^2}$	$\lim_{v \rightarrow 0} (R_{ROT}(v)) = \frac{R_P^2 R_R + R_P R_R^2}{(R_P + R_R)^2}$	(43)
		$X_{PR} + \frac{X_R R_P^2}{(R_P + R_R)^2}$	$\lim_{v \rightarrow 0} (X_{ROT}(v)') = X_{PR} + \frac{X_R R_P^2}{(R_P + R_R)^2}$	(44)
		$\frac{2X_R^2 R_P}{(R_P + R_R)^2} - \frac{2X_R^2 (R_P^2 R_R + R_P R_R^2)}{((R_P + R_R)^2)^2} + \frac{(R_P + R_R)^2 \left(X_{PR} + \frac{X_R R_R^2}{(R_P + R_R)^2} \right)}{(R_P^2 R_R + R_P R_R^2)}$	$\lim_{v \rightarrow 0} (Z_{ROT}(v)'') = \frac{2X_R^2 R_P}{(R_P + R_R)^2} - \frac{2X_R^2 (R_P^2 R_R + R_P R_R^2)}{((R_P + R_R)^2)^2} + \frac{(R_P + R_R)^2 \left(X_{PR} + \frac{X_R R_R^2}{(R_P + R_R)^2} \right)}{(R_P^2 R_R + R_P R_R^2)}$	(45)
		$\frac{2X_R^2 R_P}{(R_P + R_R)^2} - \frac{2X_R^2 (R_P^2 R_R + R_P R_R^2)}{((R_P + R_R)^2)^2}$	$\lim_{v \rightarrow 0} (R_{ROT}(v)'') = \frac{2X_R^2 R_P}{(R_P + R_R)^2} - \frac{2X_R^2 (R_P^2 R_R + R_P R_R^2)}{((R_P + R_R)^2)^2}$	(46)
	Полная схема	R_1	$\lim_{v \rightarrow 0} (Z_{DK}(v)) = R_1$	(47)
		R_1	$\lim_{v \rightarrow 0} (R_{DK}(v)) = R_1$	(48)
		$X_1 + X$	$\lim_{v \rightarrow 0} (X_{DK}(v)') = X_1 + X_m$	(49)
		$\frac{2X_m^2 ((R_P + R_R)^2)}{R_P^2 R_R + R_P R_R^2} + \frac{(X_1 + X_m)^2}{R_1}$	$\lim_{v \rightarrow 0} (Z_{DR}(v)'') = \frac{2X_m^2 ((R_P + R_R)^2)}{R_P^2 R_R + R_P R_R^2} + \frac{(X_1 + X_m)^2}{R_1}$	(50)
		$\frac{2X_m^2 ((R_P + R_R)^2)}{R_P^2 R_R + R_P R_R^2}$	$\lim_{v \rightarrow 0} (R_{DR}(v)'') = \frac{2X_m^2 ((R_P + R_R)^2)}{R_P^2 R_R + R_P R_R^2}$	(51)

Продолжение таблицы 2

Схема замещения	Параметр схемы замещения	Значение	Формула для определения
Упрощенная схема замещения двухклеточного асинхронного двигателя	R_1	$\lim_{v \rightarrow 0} (Z_{DKS}(v)) = R_1$	(52)
	R_1	$\lim_{v \rightarrow 0} (R_{DKS}(v)) = R_1$	(53)
	$X_1 + X_{PR} + X$	$\lim_{v \rightarrow 0} (X_{DKS}(v)') = X_1 + X_{PR} + X_R$	(54)
	$\frac{2X_R^2}{R_P} + \frac{X_1 + X_{PR} + X_R}{R_1}$	$\lim_{v \rightarrow 0} (Z_{DKS}(v)'') = \frac{2X_R^2}{R_P} + \frac{X_1 + X_{PR} + X_R}{R_1}$	(55)
	$\frac{2X_R^2}{R_P}$	$\lim_{v \rightarrow 0} (R_{DKS}(v)'') = \frac{2X_R^2}{R_P}$	(56)

На основании выражений (2) и (39)–(41) составим систему уравнений для определения электромагнитных параметров асинхронного двигателя по Т-образной схеме замещения:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d(X_E(v_0))}{dv} = X_1 + X_m; \\ \frac{d(Z_E(v)'')}{dv} = \frac{2X_m^2}{R_2} + \frac{(X_1 + X_m)^2}{R_1}; \\ \frac{d(R_E(v)'')}{dv} = \frac{2X_m^2}{R_2}; \\ R_E(v) = R_1 + \frac{v^2 R_2 X_m^2}{R_2^2 + (vX_2 + vX_m)^2}. \end{array} \right. \quad (57)$$

Результаты определения параметров сведены в табл. 3. В качестве определения точности расчетных значений необходимо построить зависимости сопротивлений, используя выражения (1–3). Если отклонение составляет менее 1 %, то можно прекратить расчет электромагнитных параметров, что и будет свидетельствовать о правильном нахождении неизвестных.

Таблица 3 – Сводная таблица паспортных и расчетных значений параметров двигателя 4АС132М2 по Т-образной схеме замещения

Параметры	Вид данных		
	первоначальные	рассчитанные значения	отклонение от паспортных, %
R_1 , Ом	0,365	0,365	–
R_2 , Ом	0,431	0,432	0,2
X_1 , Ом	0,553	0,523	5,42
X_2 , Ом	1,088	1,121	3,03
X_m , Ом	29,706	29,736	0,1

Аналогічним образом, используя выражения, сведенные в табл. 2 ((20), (49)–(51), (55), (56)), можно определить электромагнитные параметры для схемы замещения двухклеточного асинхронного двигателя (рис. 1,б). В этом случае система уравнений (58) является более сложной и громоздкой, что вызвано большим количеством неизвестных в схеме замещения.

Результаты определения параметров сведены в табл. 4. В качестве определения точности расчетных значений необходимо построить зависимости сопротивлений, используя выражения (10–12). По представленным результатам (табл. 4) можно отметить, что данный метод может существовать для определения электромагнитных параметров глубоководных машин. Но основным недостатком такого метода на данный момент является сложность разделения параметров в параллельном контуре, который создается верхней и нижней клеткой глубоководного асинхронного двигателя.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d(X_E(v_0))}{dv} = X_1 + X_m; \\ \frac{d(R_{DR}(v))}{dv} = \frac{2X_m^2(R_P + R_R)^2}{R_P^2 R_R + R_P R_R^2}; \\ \frac{d(Z_{DR}(v))}{dv} = \frac{2X_m^2(R_P + R_R)^2}{R_P^2 R_R + R_P R_R^2} + \frac{(X_1 + X_m)^2}{R_1}; \\ \frac{d(Z_{DR}(v))}{dv} = \frac{d(Z_{DKS}(v))}{dv} = \frac{2X_R^2}{R_P} + \frac{(X_1 + X_{PR} + X_R)^2}{R_1}; \\ \frac{d(R_{DR}(v))}{dv} = \frac{d(R_{DKS}(v))}{dv} = \frac{2X_R^2}{R_P}; \\ R_{DK}(v_1) = R_1 + \frac{v_1^2 X_m^2 \left(\frac{v_1^2 R_P X_R^2 + R_P^2 R_R + R_P R_R^2}{(R_R + R_P)^2 + v_1 X_P^2} \right)}{\left(\frac{v_1^2 R_P X_R^2 + R_P^2 R_R + R_P R_R^2}{(R_R + R_P)^2 + v_1 X_P^2} \right)^2 + v_1^2 \left(X_m + \left(v_1 X_{PR} + \frac{v_1 R_P^2 X_R}{(R_R + R_P)^2 + v_1 X_P^2} \right) \right)^2}. \end{array} \right. \quad (58)$$

Таблица 4 – Сводная таблица паспортных и расчетных значений параметров двигателя 4АС132М2 по схеме замещения глубоководной машины

Параметры	Вид данных		
	первоначальные	рассчитанные значения	отклонение от паспортных, %
R_1 , Ом	0,365	0,365	—
X_1 , Ом	0,553	0,52	5,2
X_m , Ом	29,706	29,7	—
R_R , Ом	0,431	0,731	69,6
X_R , Ом	1,088	1,361	25,1
R_P , Ом	2,373	0,73	69,2
X_{PR} , Ом	1,088	0,561	48,4

ВЫВОДЫ. При проведении исследований по определению параметров асинхронных двигателей с использованием низкочастотного напряжения получены следующие результаты:

– показано, что метод с использованием низкочастотного напряжения может быть использован для определения электромагнитных параметров асинхронных двигателей не только по Т-образной схеме замещения, но и для схем замещения двухклеточного асинхронного двигателя;

– при определении параметров двигателя следует использовать питающее напряжение низкой частоты, т.к. в этой области существует значительный отклик системы при незначительном изменении входного воздействия и отсутствуют эффекты, свойственные режимам питания напряжением большой частоты (потери в стали, вихревые токи);

– несмотря на сложность исходных уравнений, в особенности, производных, определение параметров может быть автоматизировано с использованием соответствующего программного обеспечения, которое может быть создано общепринятыми путями;

– так как характеристики, на основании которых определяются параметры схем замещения, находятся в пределах 0–0,1 от номинальной частоты, то при создании программного обеспечения нет необходимости анализировать режимы в диапазоне скольжений, близких к $s = 1,0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Костенко М.П., Пиотровский Л.М. Электрические машины. Машины переменного тока. – М.–Л.: Госэнергоиздат, 1958. – 651 с.
2. Вольдек А.И. Электрические машины. – Л.: Энергия, 1974. – 840 с.
3. Родькин Д.И., Калинов А.П., Ромашихин Ю.В. Развитие частотных методов оценки параметров двигателей переменного тока // Вісник КДПУ. – Кременчук: КДПУ, 2005. – Вип. 5/2005 (34). – С. 43–46.
4. Ромашихин Ю.В., Родькин Д.И. Идентификация параметров асинхронных двигателей с псевдополигармоническим воздействием // Электроприводы переменного тока: Труды Международной пятнадцатой научно-технической конференции. – Екатеринбург, 12–16 марта 2012 г. – С. 67–71.
5. Thomson W.T., Fenger M. Case Histories of Current Signatura Analysis to Detect Faults in Induction Motor Drives. Electrical Machines and Drives // IEMDC IEEE. – June 2003. – Iss. 3. – PP. 1459–1465.
6. Payne B.S., Ball A., Gu F. Detection and Diagnosis on Induction Motor Faults using Statistical Measures // International Journal of Condition Monitoring and Diagnostics Engineering Management. – Apr. 2002. – Iss. 5, № 2. – PP. 5–19.
7. Thomson W.T., Fenger M. Current Signature Analysis to Detect Induction Motor Faults // IEEE Industry Applications Magazine. – Jul. 2001. – PP. 26–34.
8. Калинов А.П., Резник Д.В., Родькин Д.И., Ромашихин Ю.В. Определение электромагнитных параметров асинхронных двигателей при питании напряжением низких частот // Вісник КДПУ. – Кременчук: КДПУ, 2006. – Вип. 4/2006 (39), част. 1. – С. 117–121.
9. Резник Д.В., Родькин Д.И., Ромашихин Ю.В. Особенности определения электромагнитных параметров асинхронных двигателей при использовании низкочастотного испытательного напряжения // Электроприводы переменного тока: Труды Международной четырнадцатой научно-технической конференции. – Екатеринбург, 13–16 марта 2007 г. – С. 279–283.

10. Резнік Д.В., Родькин Д.И., Черный А.П. К определению параметров асинхронных двигателей при разночастотном тестовом напряжении // *Електромеханічні і енергозберігаючі системи*. – Кременчук: КрНУ, 2012. – Вип. 3/2012 (19). – С. 556–568.

THE USE OF LOW-FREQUENCY SUPPLY VOLTAGE FOR THE IDENTIFICATION OF DIFFERENT TYPES OF ASYNCHRONOUS MOTORS

D. Reznik

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskiy National University

ul. Pervomayskaya, 20, Kremenchug, 39600, Ukraine. E-mail: dimareznik@yandex.ru

Analysis and the possibility of application of a method based on the use of low-frequency supply voltage to determine the electromagnetic parameters of different types of asynchronous engines. In the low-frequency supply voltage there is a significant change of value of resistance of electric machines, which allows you to use these features in determining the electromagnetic parameters of the engines.

Key words: asynchronous motor, equivalent circuit, electromagnetic parameters of the engine

REFERENCES

1. Kostenko M.P., Piotrovskiy L.M. *Electrical Machines. Alternating current machines*. – Moscow–Leningrad: Gosenergoizdat, 1958. – 651 p. [in Russian]
2. Voldek A.I. *Electrical Machines*. – Leningrad: Energiya, 1974. – 840 p. [in Russian]
3. Rodkin D.I., Kalinov A.P., Romashihin Y.V. The development of methods to assess the frequency parameters of AC motors // *Transaction KDPU*. – Kremenichuk: KDPU, 2005. – Iss. 5/2005 (34). – PP. 43–46. [in Ukrainian]
4. Romashihin Y.V., Rodkin D.I. Identification of the function parameters of induction motors with a pseudo-polyharmonic influence // *Alternating Current Electrical Drives: Proceeding of the Fifteenth International Scientific-Technical Conference*. – Ekaterinburg, 12–14 march 2012. – PP. 67–71. [in Russian]
5. Thomson W.T., Fenger M. Case Histories of Current Signatura Analysis to Detect Faults in Induction Motor Drives. *Electrical Machines and Drives // IEMDC IEEE*. – June 2003. – Iss. 3. – PP. 1459–1465.
6. Payne B.S., Ball A., Gu F. Detection and Diagnosis on Induction Motor Faults using Statistical Measures // *International Journal of Condition Monitoring and Diagnostics Engineering Management*. – Apr. 2002. – Iss. 5, № 2. – PP. 5–19.
7. Thomson W.T., Fenger M. Current Signature Analysis to Detect Induction Motor Faults // *IEEE Industry Applications Magazine*. – Jul. 2001. – PP. 26–34.
8. Kalinov A.P., Reznik D.V., Rodkin D.I., Romashihin Y.V. Identification of electromagnetic parameters of induction motors with power voltage low frequency // *Transaction KDPU*. – Kremenichuk: KDPU, 2006. – Iss. 4/2006 (39), part 1.– PP. 117–121. [in Ukrainian]
9. Reznik D.V., Rodkin D.I., Romashihin Y.V. Features of the definition of electromagnetic parameters of induction motors using low-frequency test voltage // *Alternating Current Electrical Drives: Proceeding of the Fourteenth International Scientific-Technical Conference*. – Ekaterinburg, 2007. – PP. 279–283. [in Russian]
10. Reznik D.V., Rodkin, D.I., Chorni A.P. For definition of parameters of asynchronous engines in different frequency test voltage // *Electromechanical and energy saving up systems*. – Kremenichuk: KrNU, 2012. – Iss. 3/2012 (19). – PP. 556–568. [in Ukrainian]



Резнік Дмитрій Володимирович,
асист. каф. «Системи автоматического управления и электропривод»
КрНУ,
ул. Первомайская, 20, г. Кременчуг, 39600, Украина,
Тел. (05366) 3-11-47,
E-mail: dimareznik@yandex.ru

Стаття надійшла 15.02.2013
Рекомендовано до друку
д.т.н., проф. Родькіним Д.Й.