

УДК 621.313.333

## **ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ СОЗДАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АППАРАТА И ПОСТРОЕНИЯ УСТРОЙСТВ ИДЕНТИФИКАЦИИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЧАСТОТНЫХ МЕТОДОВ АНАЛИЗА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ**

**Д. И. Родькин, Д. А. Мосюндз**

Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского  
ул. Первомайская, 20, г. Кременчуг, 39600, Украина. E-mail: saue@kdu.edu.ua

Класс идентификационных задач непрерывно расширяется, в основном, в связи с возрастающими потребностями из-за роста особенностей и класса решаемых технических и технологических задач. Задача идентификации – определение параметров электрооборудования самых разнообразных электромеханических систем. Применительно к электромеханическим устройствам – определение электромеханических и электромагнитных параметров электрических машин. Ежегодно появляется более двухсот работ, посвященных упомянутой научно-технической задаче. Спектр методов идентификации параметров электрооборудования чрезвычайно широк: от простейших, базирующихся на элементарных представлениях о физических процессах и схемах замещения, до сложных, основанных на сложных математических моделях устройств и систем.

Анализ показывает, что наибольший интерес исследователей вызывают разные варианты частотных методов, в особенности таких, где представления о процессах подтверждаются моделями энергетических процессов, преимущественно в частотной области, чему посвящен достаточно большой перечень результатов исследований, выполненных в Кременчугском национальном университете имени Михаила Остроградского. Особенность этих работ в том, что при достаточно широком спектре использования частотных представлений при решении конкретных задач (разночастотного питания обмоток двигателя, полигармонического напряжения, псевдополигармонического питания, использование псевдоисточников переменного напряжения и др.) используется оригинальный, многообещающий энергетический метод, базирующийся на использовании уравнений энергетического баланса составляющих мгновенной мощности, потребляемой источником питания, и элементов схемы замещения электрической машины, учитывающих те или иные физические явления. Метод энергетического баланса применим для сколь угодно сложных схем замещения машин переменного и постоянного тока. Важность и перспектива рассматриваемого метода в том, что он применим для идентификации не только электрических цепей, но и механизмов и машин с другими принципами преобразования энергии с линейными и нелинейными характеристиками.

**Ключевые слова:** метод мгновенной мощности, энергетический баланс, идентификационные уравнения и системы.

## **ЗАГАЛЬНІ ПРИНЦИПИ СТВОРЕННЯ МАТЕМАТИЧНОГО АПАРАТУ ТА ПОБУДОВИ ПРИСТРОЇВ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ЧАСТОТНИХ МЕТОДІВ АНАЛІЗУ ЕНЕРГЕТИЧНИХ ПРОЦЕСІВ**

**Д. Й. Родькін, Д. А. Мосюндз**

Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського  
вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, 39600, Україна. E-mail: saue@kdu.edu.ua

Клас ідентифікаційних завдань безперервно розширюється, в основному, у зв'язку із дедалі вищими потребами через зростання особливостей і класу розв'язуваних технічних і технологічних завдань. Завдання ідентифікації – визначення параметрів електрообладнання найрізноманітніших електромеханічних систем. Стосовно електромеханічних пристроїв –

визначення електромеханічних і електромагнітних параметрів електричних машин. Щорічно з'являється більше двохсот робіт, присвячених згаданій науково-технічній задачі. Спектр методів ідентифікації параметрів електрообладнання надзвичайно широкий – від найпростіших, що базуються на елементарних уявленнях про фізичні процеси і схемах заміщення, до складних, що базуються на складних математичних моделях пристроїв і систем.

Аналіз показує, що найбільший інтерес дослідників викликають різні варіанти частотних методів, особливо таких, де уявлення про процеси підтверджуються енергетичними моделями процесів, переважно в частотній області, чому присвячено досить великий перелік результатів досліджень, виконаних у Кременчуцькому національному університеті імені Михайла Остроградського. Особливість цих робіт у тому, що при достатньо широкому спектрі використання частотних підходів при вирішенні конкретних завдань (різномірного живлення обмоток двигуна, полігармонічної напруги, псевдополігармонічного живлення, використання псевдоджерел змінної напруги та ін.) використовується оригінальний, багатообіцяючий енергетичний метод, який базується на рівняннях енергетичного балансу складових миттєвої потужності, споживаної джерелом живлення, і елементів схеми заміщення електричної машини, що враховує ті чи інші фізичні явища. Метод енергетичного балансу можна застосовувати для наскільки завгодно складних схем заміщення машин змінного та постійного струму. Важливість і перспектива розглянутого методу в тому, що його можливо застосовувати для ідентифікації не тільки електричних ланцюгів, але й механізмів і машин з іншими принципами перетворення енергії з лінійними та нелінійними характеристиками.

**Ключові слова:** метод миттєвої потужності, енергетичний баланс, ідентифікаційні рівняння та системи.

**АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ.** Идентифицировать параметры той или иной системы с линейными и нелинейными элементами, как правило, начинают с анализа ее схемы замещения. До настоящего времени нет общепринятого метода идентификации параметров разнообразных технических систем; те или иные подходы дают не всегда совпадающие результаты, что вызывает интерес к проблеме и к некоторым, не затрагиваемым автором ранее, методам. Наиболее обещающим представляется энергетический метод, базирующийся на прямом использовании фундаментального закона – закона сохранения энергии. Целью настоящей работы является обоснование принципов построения математического аппарата и технических средств для идентификации характеристик электротехнических систем на основании общего принципа формирования уравнений энергетического баланса в соответствии с общей теоремой энергопроцессов – теоремой Телледжена [1–5].

**МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ.** Основной принцип, на котором базируются все известные на практике методы идентификации, заключается в следующем: тем или иным путем необходимо создать условия, при которых «проявляют» себя элементы, входящие в схему замещения. Упомянутый термин «проявляют» означает то, что при прохождении заряда через элемент изменяется напряжение на нем, температура и т.д. Так, на индуктивности напряжение на ней, в случае отсутствия насыщения, пропорционально скорости изменения тока. Разнообразие методов идентификации в основном вызвано многообразием схем замещений, обеспечивающих упомянутое ранее «проявление» реактивных элементов. Достаточно просто известные методы можно разбить на следующие:

– методы, базирующиеся на разноміформном питании схемы, при котором получают совокупность значений напряжений, токов для разных частот питания, получаемого от источника переменного напряжения регулируемой частоты [5, 6];

– метод, базуючийся на подаче полигармонического напряжения на идентифицируемое устройство, в результате чего получают напряжение и ток, содержащие соответствующие спектры составляющих. Эти составляющие в дальнейшем являются исходным материалом для решения конкретной идентификационной задачи. Здесь, как и в предыдущем случае, требуется специальный источник питания с известным спектром выходного напряжения или регулируемым в зависимости от ставящихся задач [3, 5];

– метод, базуючийся на анализе характеристик, получаемых путем подключения анализируемой схемы к источнику гармонического или постоянного напряжения. Для анализа получают временные зависимости переходного режима – кривые переходного процесса. Дальнейшая обработка сигналов позволяет получить систему идентификационных уравнений для решения поставленной задачи [7].

Первые из двух методов относятся к разряду частотных ввиду отмеченной ранее зависимости сопротивлений от частоты воздействия: в первом – путем задания ряда частот питающего напряжения последовательно друг за другом, во втором – задающий сигнал содержит компоненты с разными частотами. Как будет показано ниже, частотный метод или, вернее, подход, не исчерпал свои возможности по ряду причин и нуждается прежде всего в обобщении и анализе возможностей [4, 5, 8].

Коснемся возможностей и особенностей первого и второго метода при частотном подходе.

В первом случае для  $i$ -го отдельно взятого эксперимента имеем частоту питания  $\omega_i$ , напряжение  $U_i$  и ток источника  $I_i$ . Этому случаю будет соответствовать мгновенная мощность  $P_i = U_i I_i$ , активная мощность  $P_{0i}$  и эквивалентное сопротивление анализируемой цепи  $Z_i$ . Следовательно, для общего случая будем иметь  $I_i = f_i(U_i; \omega_i; Z_i)$ . Зависимость подобного рода будет иметь место для любого из опытов. Анализ может осуществляться с использованием комплексных чисел или их абсолютных величин [5, 9].

Второй метод осуществляется путем использования полигармонического напряжения

$$U(t) = \sum_{n=0}^{n=i} U_n, \text{ при котором ток } I(t) = \sum_{m=0}^{m=i} I_m.$$

В соответствии с принципом суперпозиции, сопротивление анализируемой схемы будет  $Z_i = \frac{U_{n(n=i)}}{I_{m(m=i)}}$ ; мощность цепи определяется выражением  $P(t) = U(t)I(t) = \sum_{n=0}^{n=i} U_n \sum_{m=0}^{m=i} I_m$ .

Формально первый и второй случаи эквивалентны, т.к. из совокупности гармонических  $U_n$  и  $I_m$  тока могут быть выбраны гармоники, для которых  $m = n$  и с которыми можно выполнять все операции, что и в первом случае.

Таким образом, имеется возможность получить систему идентификационных уравнений вида

$$\begin{cases} U_1 = I_1 Z(v_1); \\ U_2 = I_2 Z(v_2); \\ \dots\dots\dots \\ U_n = I_n Z(v_m) \end{cases} \quad (1)$$

для  $m = n$ .

Число идентификационных уравнений должно быть не меньше, чем число параметров входящих в систему элементов. В том случае, когда имеется возможность независимого задания входных воздействий (напряжения и частоты), нет ограничений на возможное количество идентификационных уравнений, если не считать возможности аппаратуры для

формирования упомянутых воздействий. Во втором случае число идентификационных уравнений формально можно считать равным бесконечности в соответствии с принципом, на котором базируется аппарат Фурье [1, 10, 11]. Однако амплитуды гармоник напряжения и тока по мере увеличения их порядка (частоты) постепенно снижаются, достигая достаточно малых величин, сравнимых с ошибками измерения. Это обстоятельство, естественно, может быть ограничением для числа идентификационных уравнений системы (1).

Практическое получение результатов из (1) при ее решении представляется не таким простым, как построение системы; во всяком случае, простого аналитического результата даже для трех неизвестных параметров (для системы с тремя неизвестными параметрами) получить невозможно. Так как система (1) в общем случае является нелинейной, то ее решение машинными методами также не позволяет получить приемлемые результаты ввиду ошибок, неизбежных при использовании известных методов приближенных решений систем уравнений с нелинейными зависимостями в своей структуре (произведений параметров, возведения в степень и др.). Здесь обсуждается нелинейный характер функциональных зависимостей, входящих в структуру идентификационных уравнений. Это случай, имеющий место тогда, когда хотя бы один элемент, входящий в нее, имеет нелинейный характер.

Отметим, что в обоих случаях формирования идентификационных уравнений обязательно применение устройства, которое могло бы формировать необходимую совокупность гармонических сигналов разных частот или сигнал сложной формы, который при разложении в ряд Фурье дал бы необходимый спектр сигналов напряжения и тока на входе идентифицируемой системы. При практической реализации систем идентификации такие устройства, если они не являются функциональной частью применяемого оборудования, представляют собой дорогостоящее и сложное оборудование.

В обоих рассматриваемых нами случаях в основе решения идентификационных задач находятся законы Ома и Кирхгофа. По существу, в стороне остаются энергетические взаимосвязи, вытекающие из закона сохранения, – альфа и омега любых идентификационных задач электротехнических устройств и систем.

В последнее время достаточно интенсивно дискутируется вопрос о возможности использования энергетического метода идентификации при использовании частотных характеристик исходных сигналов. Этот метод применим в том случае, если в качестве воздействия используется полигармонический сигнал напряжения. Соответствующий характер будут иметь и сигналы в элементах идентифицируемой сети. Для анализа рассмотрим простейшую цепь, состоящую из активных и индуктивных элементов (рис. 1).

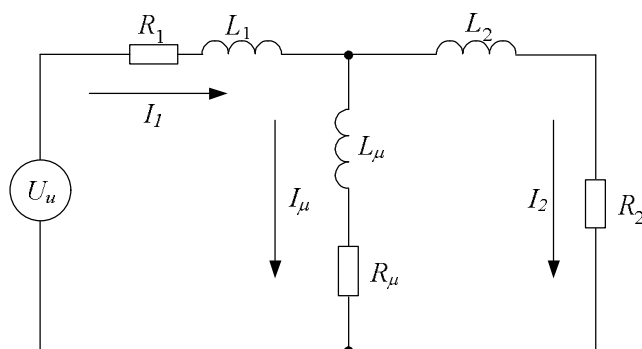


Рисунок 1 – Схема замещения асинхронного короткозамкнутого двигателя с неподвижным ротором

В энергетическом методе, в отличие от рассмотренного ранее, эквивалентное сопротивление не определяется напрямую как частное гармоник напряжения и тока, а в

соответствии с известной теоремой Телледжена выполняется равенство мощности источника питания с напряжением  $U_e(t) = U_n \cos(n\Omega t - \varphi_n)$  и током  $I_1(t) = I_{um} \cos(m\Omega t - \varphi_m)$  сумме мощностей элементов потребителя – элементов схемы замещения, представленной на рис. 1. При этом используется равенство [12–14]:

$$P_u(t) = P_{R1}(t) + P_{L1}(t) + P_{L2}(t) + P_{R2}(t) + P_{L\mu}(t) + P_{R\mu}(t) = \sum_{i=1}^{i=M} P_i(t),$$

где  $P_i(t)$  – мгновенные мощности на соответствующем элементе схемы замещения, равные произведению временных зависимостей напряжения и тока [16–19];  $P_u(t) = U_u(t)I_1(t)$ ;

$$P_{R1}(t) = I_1(t)^2 R_1; \quad P_{R2}(t) = I_2(t)^2 R_2; \quad P_{L2}(t) = L_2 I_2(t) \frac{dI_2(t)}{dt}; \quad P_{L1}(t) = L_1 I_1(t) \frac{dI_1(t)}{dt};$$

$$P_{L\mu}(t) = L_\mu I_\mu(t) \frac{dI_\mu(t)}{dt}; \quad P_{R\mu}(t) = I_\mu(t)^2 R_\mu; \quad I_1(t) = I_2(t) + I_\mu(t); \quad \varphi_n, \varphi_m - \text{углы сдвига}$$

напряжения  $U_u$  и тока относительно оси, принимаемой за ось отсчета. В соответствии с известными правилами преобразования сигналов и полагая, что как сигналы напряжения, так и тока могут быть представлены в форме рядов Фурье, то

$$\begin{aligned} U_u(t) &= \sum_{n=0}^{n=N} U_n \cos(n\Omega t - \varphi_n) = \sum_{n=0}^{n=N} U_{na} \cos(n\Omega t) + \sum_{n=1.0}^{n=N} U_{nb} \sin(n\Omega t); \\ I_u(t) &= \sum_{m=0}^{m=M} I_m \cos(m\Omega t - \psi_m) = \sum_{m=0}^{m=M} I_{ma} \cos(m\Omega t) + \sum_{m=0}^{m=M} I_{mb} \sin(m\Omega t). \end{aligned} \quad (2)$$

Мощность источника при этом

$$P_u(t) = \left( \sum_{n=0}^{n=N} U_{na} \cos(n\Omega t) + \sum_{n=1.0}^{n=N} U_{nb} \sin(n\Omega t) \right) \left( \sum_{m=0}^{m=M} I_{ma} \cos(m\Omega t) + \sum_{m=0}^{m=M} I_{mb} \sin(m\Omega t) \right). \quad (3)$$

Соответствующие выражения для мощности можно получить для любого из элементов схемы замещения, приведенных выше выражений для мгновенной мощности, а также зависимостей для токов в контурах:

$$\begin{aligned} I_\mu(t) &= \sum_{m=0}^{m=M} I_{\mu a_m} \cos(m\Omega t) + \sum_{m=0}^{m=M} I_{\mu b_m} \sin(m\Omega t); \\ I_2(t) &= I_1(t) - I_\mu(t) = \\ &= \sum_{m=0}^{m=M} I_{ma} \cos(m\Omega t) + \sum_{m=0}^{m=M} I_{mb} \sin(m\Omega t) - \sum_{m=0}^{m=M} I_{\mu a_m} \cos(m\Omega t) + \sum_{m=0}^{m=M} I_{\mu b_m} \sin(m\Omega t). \end{aligned}$$

Анализ, выполненный в [11, 12, 19], показал, что общая форма записи выражений для мгновенной мощности одна и та же независимо от вида элемента, т.к. включает три составляющих, принимающих соответствующие значения в зависимости от перемноженных функциональных зависимостей:

$$P(t) = \sum_{i=1}^{i=\tau} P_{k0i} + \sum_{i=1}^{i=\tau} P_{kai} + \sum_{i=1}^{i=\tau} P_{kbi}, \quad (4)$$

где  $i$  – номер или имя элемента, на котором определяется мощность;  $P_{k0i}$  – постоянная составляющая мощности (активная составляющая) на  $i$ -том элементе, образованная произведением компонент с  $m = n$  для  $k = 2m = 2n$ ;  $P_{kai}$  – косинусная составляющая мгновенной мощности  $k$ -го порядка, полученная в ходе частотных преобразований для  $k = 2m = 2n$  при  $m = n$ , а также  $k = n + m$  и  $k = m - n$  для  $m \neq n$ , при этом косинусные составляющие мгновенной мощности получаются только в результате перемножения

одноименных (косинусных или синусных) компонент;  $P_{kbi}$  – синусная составляющая мгновенной мощности  $k$ -го порядка,  $i$ -того элемента, полученная в ходе частотных преобразований для  $k = 2m = 2n = m + n$  при  $m = n$ , а также  $k = n + m$  и  $k = m - n$  для  $m \neq n$ , при этом синусные составляющие мгновенной мощности получаются только в результате перемножения разноименных (косинусных или синусных) компонент. Детально эти вопросы рассмотрены в [14].

Полученные подобным образом зависимости мгновенной мощности источника и  $i$  элементов, как указывалось ранее, отвечают теореме Теллеждена и, что особенно важно, позволяют трактовать ее более расширенно, учитывая то, что это базисная теорема, во всех аспектах отвечающая фундаментальному закону природы – закону сохранения [13].

Расширительность толкования теоремы в следующем:

– имеет место равенство активной мощности источника сумме активных мощностей  $i$  элементов схемы замещения:

$$P_{0u} = \sum_{i=1}^{i=\tau} P_{0i};$$

– имеет место равенство активной мощности того или иного элемента (включая источник системы источник–потребитель) сумме активных мощностей гармоник мгновенной мощности:

$$P_{0i} = \sum_{i=1}^{i=\tau} P_{k0i};$$

– имеет место совокупность равенств каждой из косинусных составляющих мгновенной мощности источника сумме косинусных составляющих (одного порядка)  $i$  элементов потребителя:

$$P_{ka_u} = \sum_{i=1}^{i=\tau} P_{ka_i};$$

– имеет место совокупность равенств каждой из синусных составляющих мгновенной мощности источника сумме синусных составляющих (одного порядка)  $i$  элементов потребителя:

$$P_{kb_u} = \sum_{i=1}^{i=\tau} P_{kb_i}.$$

Указанные два последних положения, несомненно, имеют такую же фундаментальность, как и составляющие равенства для активной мощности – прямого следствия для закона сохранения. Таким образом, закон сохранения лежит и в основе равенств знакопеременных составляющих соответствующего порядка; имеет место равенство мгновенного значения мощности источника (в момент  $t = t_x$ ) сумме мгновенных

значений мощности  $i$  элементов в этот же момент времени  $P(t)_u = \sum_{i=1}^{i=\tau} P(t)_i$ , что непосредственно подтверждает работоспособность последних трех положений.

Следует коснуться отмеченного ранее положения о том, что представление напряжения и тока в форме тригонометрических рядов является реализацией аппроксимационной задачи по параметрам  $U(t)$  и  $I(t)$ . Аппроксимационная задача, естественно, может быть осуществлена и другими математическими приемами, исключая использование тригонометрических функций. Возникает вопрос: сказанное выше теряет силу с изменением математического аппарата аппроксимации или имеются другие какие-то механизмы, делающие отмеченные положения универсальными?

Аппроксимация другими какими-то зависимостями приводит, естественно, к иным выражениям для мгновенной мощности, новым выражениям для составляющих и новой форме записи тех составляющих, которые получены нами в ходе анализа. Это не затрагивает энергетические аспекты преобразования энергии, именно по этой причине взятые отдельно некоторые положения не требуют даже изменения формулировок в связи с использованием иного математического аппарата аппроксимации, например, первое, второе, пятое.

Использование аппарата Фурье вызывается прежде всего тем, что он наиболее прост и дает положительные и более точные результаты при минимуме вычислительных операций [9].

В связи с тем, что этим математическим аппаратом будем пользоваться и далее, следует остановиться на отдельных моментах, вызывающих разное мнение или попросту непонимание. Достаточно часто возникает вопрос о том, есть ли гармоники в сигнале, который подлежит аппроксимации с использованием рядов Фурье [9]. Взятые отдельно гармоники напряжения или тока отсутствуют. Их можно получить в ходе математической обработки сигнала или выделения из исходного сигнала с помощью специальных устройств путем фильтрации и т.д.; и то и другое позволяет реализовать возможности восприятия природного явления, не более того. Гармоники, как понятие, лишь определяют наше восприятие явлений окружающего мира [6, 9, 20].

Из теории рядов Фурье хорошо известен тот факт, что разложение периодической функции на гармонические составляющие позволяет получить интересующий нас частотный спектр составляющих непрерывного характера. Спектр повторяется от периода к периоду. В этом случае период исследуемого сигнала и период разложения его на гармонические составляющие совпадают.

С другой стороны, теория рядов утверждает, что исследуемый сигнал можно представить гармоническим рядом с любым периодом разложения. Сказанное иллюстрируется линейными диаграммами, представленными на рис. 2. В простейшем случае исследуемый сигнал может быть гармоническим, например, синусоидой с периодом  $2\pi$ .

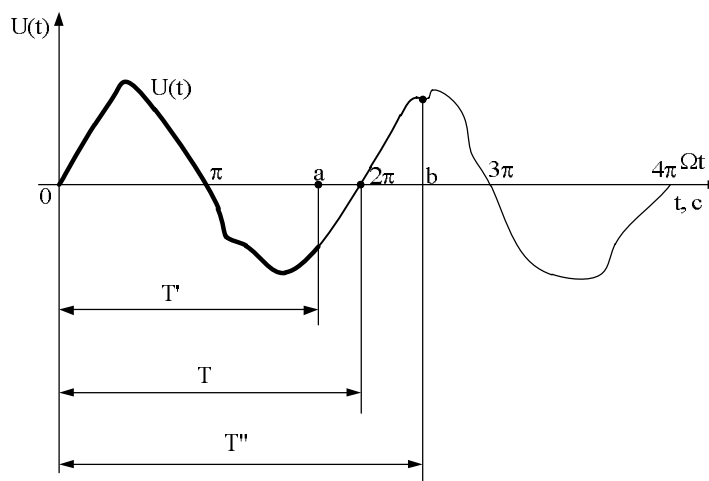


Рисунок 2 – Диаграмма напряжения с периодами разложения  $T$ ;  $T' < T$ ;  $T'' < T$

Если период разложения взять иным, отличным от  $T$ , например,  $T'$ , то исследуемый сигнал (показан жирной линией), являясь частью синусоиды, в то же время представляет собой несинусоидальную ограниченную функцию на периоде разложения. Здесь важно понять, что получаемое нами разложение в тригонометрический ряд будет справедливо только на отрезке « $0a$ » временной оси. Если период разложения взять равным  $T''$ , то полученный нами тригонометрический ряд будет аппроксимировать кривую  $U(t)$  на

інтервалі « $0b$ ». Таким образом, применение результата, достигаемого за счет роста числа составляющих гармонического сигнала путем изменения периода разложения кривой, приводит к потере некоторых информационных данных, полученных результатов на всей временной оси – аппроксимация тригонометрическими рядами осуществлена на части периода периодического сигнала (на интервале « $0a$ » или « $0b$ »). Это, по существу, важнейшее заключение, вытекающее из известного положения теории, – возможности разлагать в тригонометрический ряд на произвольном участке [6, 8, 12, 20].

Сказанное в полной мере является иллюстрацией и ответом на вопрос о наличии или отсутствии гармоник в анализируемом сигнале. Они есть или их нет – все зависит от математического аппарата, используемого исследователем.

Тем или иным путем при исследовании сигналов тока и напряжения, а также их произведения – сигнала мощности получаем совокупность разночастотных составляющих, число которых при представлении исходных составляющих усеченными рядами может быть значительным, т.е. существенно большим, чем число гармоник в том и другом сомножителях. Так, если число составляющих в сигнале напряжения  $n_{\Sigma} = N$ , а тока  $m_{\Sigma} = M$ , то общее число составляющих сигнала мощности будет  $k_{\Sigma} = NM$ .

Изложенное замечание существенно в том отношении, что иллюстрирует значительное увеличение числа гармонических при переходе от показателей исходных сигналов к гармоникам мощности. Ранее было отмечено, что в соответствии с теоремой Теллеждена можно получить уравнения баланса на каждой из гармоник мощности. Это означает возможность получения более значительного числа уравнений баланса (идентификационных уравнений), чем возможное число уравнений электрического равновесия.

Параметр  $k_{\Sigma}$  в форме произведения максимальных значений номеров гармонических непосредственно вытекает из произведения двух функциональных зависимостей с разными частотами, например,  $U = U_{n\ m} \cos(n\Omega t)$  на ток  $I = I_{m\ m} \cos(m\Omega t)$ :

$$P(t) = U_{n\ m} I_{m\ m} \cos(n\Omega t) \cos(m\Omega t) = \frac{U_{n\ m} I_{m\ m}}{2} (\cos(n+m)\Omega t + \cos(n-m)\Omega t) = P_1(t) + P_2(t). \quad (5)$$

Представляет интерес анализ зависимости с позиции, вытекающей из неравенства относительных частот  $m$  и  $n$ . В этом случае, как следует из теории цепей, мощность, получаемая как произведение  $U_n(t)I_m(t)$ , равна нулю, что справедливо для среднего значения ее в соответствии с выражением (5). В этом выражении  $P(t)$  – мгновенное значение мощности, т.е. ее зависимость во времени. Оценки или показатели мощности, как указывалось, получаются путем соответствующей математической обработки. Так, постоянное значение мощности определяется путем интегрирования

$$P_{0x} = \frac{1}{T_x} \int_0^{T_x} U_n(t) I_m(t) dt$$

зависимости  $P(t)$  в пределах  $T_x$ ,  $t_{x1} = t_1$  и  $t_{x2} = t_1 + T_x$ , т.е. на всем интервале, где функция  $P(t)$  определена. При этом, если исходить из абсолютно формальных позиций,  $T_x$  может быть каким угодно:  $T_x = \Delta t$  достаточно малым, приближающимся к нулю, равным периоду переменного напряжения (сетевому напряжению  $T_0$ ), периоду напряжения анализируемой гармоники  $T_{n0}$ , интервалу времени  $T_{n,m}$ , на котором укладывается целое число периодов напряжения  $T_n$  и тока  $T_m$  и, наконец,  $T_x = \infty$ .



На рис. 3 представлені лінійні діаграми напруги, тока і потужності при соотношении относительных частот  $m/n = 2$ . Из рисунка видно, что в случае интегрирования на интервале  $T_0$  среднее значение мгновенной мощности будет равно нулю, причем зависимость  $P(t)$  представляет собой периодическую функцию с периодом питающего напряжения, т.к. в нашем случае отношение  $m/n = 2$  и высокочастотный сигнал дважды укладывается на интервале, равном периоду  $T_0$  переменного напряжения.

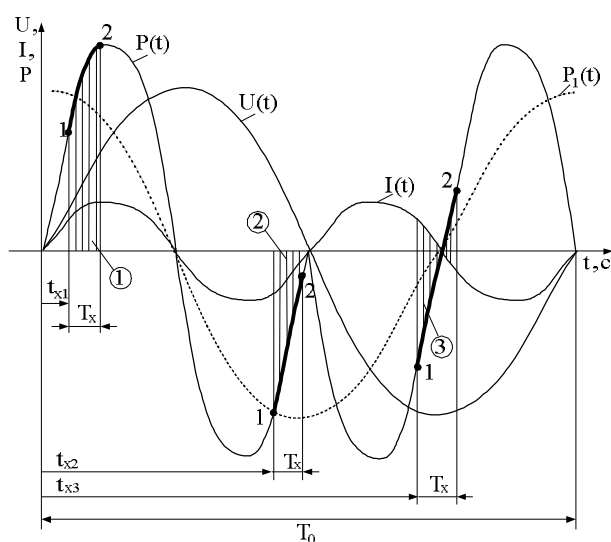


Рисунок 3 – Кривые напряжения, тока и мощности при  $m \neq n$

На рис. 3 штрихпунктирной линией представлена первая гармоника мгновенной мощности  $P_1(t)$ . Заштрихованными участками (ординатами)  $P(t)$  обозначена мгновенная мощность для различных начальных значений  $t_x$  – начала отсчета интервала разложения  $T_x$ , принятого равным  $T_x$  для трех возможных вариантов. Анализ сказанного ранее, а также приведенный рисунок позволяет сделать несколько заключений.

Первое из них касается того, что, несмотря на то, что функции, стоящие в скобках выражения (5), суть гармонические разночастотные, определенный интеграл вида

$$\frac{1}{T_x} \int_{t_x}^{t_x+T_x} (P_1(t) + P_2(t)) dt$$

при произвольных значениях  $T_x$  будет не постоянной, а меняющейся

величиной в зависимости от  $t_x$  и  $T_x$ . Отметим, что в данном случае анализируем средние значения функции на заданном интервале разложения. Иными словами, среднее значение мгновенной мощности сложной зависимости, представляемой как произведение напряжения одной частоты и тока другой, не является величиной постоянной. Постоянное, не зависящее от  $t_x$  значение будет иметь место только в том случае, когда на интервале  $T_x$  укладывается целое число периодов сигналов одной и другой частот. Это возможно только в том случае, если частное периодов сигналов  $\frac{T_1}{T_2}$  при  $T_1 > T_2$  является целым числом или при  $T_x = T_1 T_2$ .

Следует оговориться, что стремление получить разложение кривых  $U(t)$ ,  $I(t)$ ,  $P(t)$  на произвольном интервале диктуется не особенностями математических выкладок, а стремлением найти какие-то закономерности, которые позволили бы расширить представление об особенностях энергетических процессов в цепях с разночастотными,

полигармоническими сигналами. Эти особенности касаются разных сторон общей проблемы, в частности, вопросов измерения сигналов и их оценки, получения определенных показателей общего характера. Рассмотрим интегралы

$$A = \frac{U_{nm} I_{nm}}{2} \int_{t_x}^{t_x+T_x} (\cos(n+m)t + \cos(m-n)t) \cos p\Omega t dt;$$

$$B = \frac{U_{nm} I_{nm}}{2} \int_{t_x}^{t_x+T_x} (\cos(n+m)t + \cos(m-n)t) \sin p\Omega t dt$$
(6)

или аналогичные, содержащие функции синуса, то, как нетрудно заметить, при  $\Omega = \frac{2\pi}{T_x}$

возможны равенства  $m - n = p$  или  $m + n = p$ , что равносильно полученным постоянным значениям подынтегральных выражений, т.е. коэффициентов разложения в ряд Фурье, не равных нулю. В свою очередь, это означает, что из разложения функции  $P_1(t) + P_2(t) = P(t)$  в ряд на произвольном промежутке образуются составляющие с заранее известными частотами – составляющими, полученными из произведений компонент напряжения и тока, например,  $m_1$  и  $n_1$ . Это означает суммирование определенных составляющих, влияющих каким-то образом на энергетический процесс. Априори это влияние нельзя назвать заведомо положительным явлением. Это явление, как показано исследованиями автора, носит негативный, т.е. мешающий эффект.

Результирующие частоты гармоник мощности при этом  $k_1 = n + m$  и  $k_2 = n - m$ , что означает то, что общее число гармонических мощности практически вдвое превышает сумму номеров гармоник напряжения и тока. Столь нечеткое оценивание числа гармоник мощности вызвано следующими причинами:

– в выражениях для напряжения могут не присутствовать компоненты, которые присутствуют в другом сомножителе – токе. Это вызывается разными причинами, о которых будет сказано позже, прежде всего, это результат проявления нелинейностей. Отмеченное справедливо и для другого варианта умножения – тока на напряжение; т.к. произведение одночастотных компонент может дать составляющую с частотой  $k_2 = n - m = 0$ , то при оценивании числа гармонических мощности в отдельных случаях целесообразно сгруппировать составляющие с частотами  $k_2 = 0$  с учетом соответствующих знаков. Это и определяет указанный мешающий энергетический эффект.

Отметим при этом, что при анализе рассматриваемого вопроса можно каждой компоненте присваивать имя – синусная или косинусная. В этом случае можно говорить о произведении одноименных компонент (синусной на синусную или косинусной на косинусную) или разноименных (синусной на косинусную). Кроме того, умножаться могут составляющие с одинаковыми или разными частотами. С учетом сказанного можно говорить о таких произведениях компонент:

– одноименных, разночастотных:

$$\cos m\Omega t \cos n\Omega t, \quad m \neq n;$$

$$\sin n\Omega t \sin m\Omega t, \quad m \neq n,$$

– одноименных, равночастотных:

$$\cos m\Omega t \cos n\Omega t, \quad m = n;$$

$$\sin n\Omega t \sin m\Omega t, \quad m = n,$$

– разноименных, разночастотных:

$$\cos m\Omega t \sin n\Omega t, \quad m \neq n;$$

$$\sin n\Omega t \cos m\Omega t, \quad m \neq n,$$

– разноименных, равночастотных:

$$\cos m\Omega t \sin n\Omega t, \quad m = n;$$

$$\sin n\Omega t \cos m\Omega t, \quad m = n.$$

Существуют простые правила оценки имени и частот произведений:

– одноименные равночастотные дают произведения только составляющих косинусного ряда с частотами  $k = m \pm n$  ( $k_1 = 0$ ;  $k_2 = 2m$ );

– одноименные разночастотные дают косинусные компоненты с частотами  $k = m \pm n$  ( $k_1 = m - n$ ;  $k_2 = m + n$ );

– разноименные одночастотные дают только синусные компоненты с частотами  $k = m \pm n$  ( $k_1 = 0$ ;  $k_2 = 2m$ );

– разноименные разночастотные дают синусные компоненты с частотами  $k = m \pm n$  ( $k_1 = m - n$ ;  $k_2 = m + n$ ).

При анализе процессов преобразования принято обозначать косинусные компоненты буквой «а», а синусные – буквой «б». Следовательно, напряжение представлено зависимостью  $U(t) = U_1 \cos \Omega_1 t + U_1 \sin \Omega_1 t + U_3 \cos 3\Omega t + U_5 \sin 5\Omega t$ , которую можно упростить, записав так:  $\bar{U}(t) = \bar{U}_{1a} + \bar{U}_{1b} + \bar{U}_{3a} + \bar{U}_{5b}$ .

Соответствующим образом записано выражение и для тока

$$\bar{I}(t) = \bar{I}_{1a} + \bar{I}_{1b} + \bar{I}_{3a} + \bar{I}_{5b}.$$

Выражение для мощности имеет вид:

$$\bar{P}(t) = (\bar{U}_{1a} + \bar{U}_{1b} + \bar{U}_{3a} + \bar{U}_{5b})(\bar{I}_{1a} + \bar{I}_{1b} + \bar{I}_{3a} + \bar{I}_{5b}). \quad (7)$$

Каждое из составляющих, с учетом отмеченных ранее особенностей, содержит два слагаемых, например,  $\bar{U}_{5b}\bar{I}_{1a} = \frac{U_5 I_1}{2} \sin 6\Omega t + \frac{U_5 I_1}{2} \sin 4\Omega t$  и т.д.

В условиях приведенного нами примера для  $\bar{P}(t)$  число слагаемых равно 16, а с учетом того, что каждое из них дает две компоненты с разными частотами, общее число гармонических составляющих мгновенной мощности будет существенно выше числа сомножителей. Это свойство может быть полезным при решении идентификационных задач в случае определения большого числа неизвестных параметров в расчетной схеме. Общая форма записи системы идентификационных уравнений с использованием энергетического метода примет вид:

$$\begin{aligned} \sum_{K=2}^{K=2M} P_{k0u} &= \sum_{i=1}^{i=\tau} \sum_{K=2}^{K=2M} P_{k0i}; \\ \sum_{K=1}^{K=2M} P_{ka} &= \sum_{i=1}^{i=\tau} \sum_{K=2}^{K=2M} P_{kai}; \\ \sum_{K=1}^{K=2M} P_{kb} &= \sum_{i=1}^{i=\tau} \sum_{K=2}^{K=2M} P_{kbi}; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^{m=M} I_{2am} &= \sum_{m=1}^{m=M} (I_{1am} - \sum I_{1a\mu}); \\ \sum_{m=1}^{m=M} I_{2bm} &= \sum_{m=1}^{m=M} (I_{1bm} - \sum I_{1b\mu}). \end{aligned}$$

Последние два выражения в системе определяют синусные и косинусные составляющие гармоник одного из токов разветвленного контура схемы замещения асинхронного двигателя [1, 2, 9, 21].

Как следует из изложенного, полученные результаты относятся к однофазной электрической цепи. В части уравнений баланса, состава систем уравнений для идентификации представленные результаты не имеют аналогов в отечественной и зарубежной литературе. Другими словами, решение идентификационных задач энергетическим методом – область, базирующаяся на анализе энергопроцессов в несинусоидальных цепях методами, вытекающими из общих положений теории мгновенной мощности. Теоретические вопросы, связанные с трехфазными цепями, достаточно широко разработаны в зарубежной литературе, а из отечественной можно выделить работы Жемерова Г.Г. [18, 22]. Зарубежные работы [15, 16, 23–29] не затрагивают обсуждаемого нами вопроса, но фундаментально решают целый класс задач, связанных с управлением энергетическими режимами однофазных и трехфазных цепей. На основе этих разработок создано и поступает в эксплуатацию новое оборудование – активные фильтры и т.п., дающие возможность управлять показателями качества электроэнергии сетей и потребителей. Развитый теоретический аппарат для энергетического метода, используемого в идентификационных задачах в соответствии с теоретическими представлениями разных трактовок мгновенной мощности, позволяет получить многообещающие результаты в новых подходах оценки параметров и показателей энергопроцессов, перейти к оценке мешающих процессу передачи энергии факторов, показателей качества преобразования энергии разнообразными устройствами, машинами и аппаратами [30–33].

Рассмотрим детальнее формирование системы идентификационных уравнений.

Пусть напряжение источника питания содержит три гармоники  $U_{1a}; U_{1b}; U_{3a}; U_{3b}; U_{5a}; U_{5b}$ , соответствующие гармоникам тока  $I_{1a}; I_{1b}; I_{3a}; I_{3b}; I_{5a}; I_{5b}$ . Число неизвестных в схеме замещения пять:  $L_1; L_\mu; L_2; R_\mu; R_2$ . Число идентификационных уравнений в соответствии с отмеченным:

- три уравнения для постоянных составляющих мощности (для первой, третьей, пятой гармоник тока и напряжения);
- косинусные составляющие гармоник мощности (2; 4; 6; 8; 10) – пять уравнений;
- синусные составляющие гармоник мощности 2; 4; 6; 8; 10 порядков (пять уравнений).

Таким образом, всего идентификационных уравнений  $A_3 = 3 + 5 + 5 = 13$ .

Общее число неизвестных с учетом шести токов контура  $I_{21a}; I_{23a}; I_{25a}; I_{21b}; I_{23b}; I_{25b}$ .  $B_3 = 5 + 6 = 11$ , что обеспечивает выполнение одного из условий для определения идентификационной задачи  $A_3 \geq B_3$ . При наличии лишь двух гармоник тока и напряжения  $A_2 = 2 + 6 = 8$ ;  $B_2 = 9$ ;  $A_2 < B_2$ , т.е. необходимое условие не выполнено.

Ранее отмечен заслуживающий внимания факт достаточности количества идентифицируемых уравнений для анализа той или иной электротехнической модели лишь при наличии нескольких гармоник напряжения. Это значит, что источник питания должен иметь определенный гармонический состав, достигаемый, как правило, усложнением конструкции и, естественно, ростом его стоимости. В любом случае выполнения источника полигармонического напряжения – это полноценное электротехническое изделие, которое представляет собой преобразователь частоты с задаваемым спектром выходного напряжения или тиристорный регулятор напряжения с естественным для конкретной схемы управления спектром выходного напряжения и тока. В транзисторном преобразователе частоты можно независимо друг от друга формировать уровни гармоник выходного напряжения, вследствие чего уходит проблема пригодности некоторых идентификационных уравнений из-за

малости, например, гармоник тока более высших частот, т.к. двигатель с системой обмоток представляет мощный RL-фильтр высших гармоник. В тиристорных регуляторах возможности управлять гармоническим составом выходного напряжения практически нет, а регулирование напряжения отдельно взятых гармоник вообще практически невозможно.

Сказанное наталкивает на мысль об использовании естественного режима электропитания для реализации энергетического режима идентификации параметров асинхронных машин.

В естественном режиме питания напряжение и ток практически синусоидальны и, естественно, информации для идентификации параметров недостаточно.

Решение задачи может быть достигнуто путем использования гармонических рядов, описывающих напряжение и ток на части периода переменного напряжения. При этом, как и в предыдущих случаях, приоритетную роль играет закон сохранения, справедливый как на периоде сетевого напряжения, так и на интервале, равном части периода, и, естественно, в любой его точке [12, 20].

Как следует из рис. 4, при известных зависимостях напряжения  $U_c(t)$  и тока  $I_c(t)$  их произведение определяет мощность  $P_c(t)$ . Аппроксимация компонент мгновенной мощности осуществляется на интервале  $T'$ .

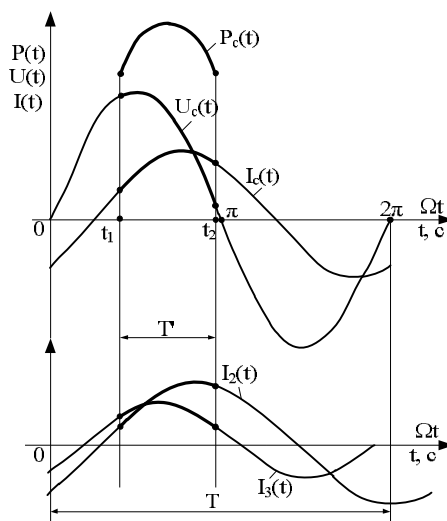


Рисунок 4 – Аппроксимация кривых напряжения, токов и мощности на интервале  $T' = t_2 - t_1$

Зависимости  $U_c(t)$  и  $I_c(t)$  определяют произведение  $U_c(t)I_c(t) = P_c(t)$  на интервале  $T' = t_2 - t_1$ . В схеме замещения по ветвям протекают соответствующие токи  $I_2(t), I_3(t), \dots, I_i(t)$ . В соответствии с теоремой Телледжена, на интервале  $T'$  существует равенство:

$$\hat{U}_c(t)|_{T'} \hat{I}_c(t)|_{T'} = \hat{P}_c(t)|_{T'} = \sum_1^i \hat{U}_i(t)|_{T'} \hat{I}_i(t)|_{T'} \quad (9)$$

Это равенство справедливо в любой момент времени (согласно теореме Телледжена) на интервале  $T$ , т.е. в любой момент времени, равно как и на интервале разложения  $T'$ . Таким образом, наша модель аппроксимации процессов на произвольном промежутке отражает энергетический процесс на нем, что указывает на возможность реализации этой операции на

любом проміжку, находящемся на інтервалі  $T$ , впрочем, как и в любой момент времени, где зависимости  $U(t)$  и  $I(t)$  отвечают ранее сформулированным требованиям.

Интервал разложения, как указывалось, может быть любым, лежащим на периоде переменного сигнала. В пределе при  $T' \rightarrow 0$  значение искомой величины, аппроксимируемой рядом Фурье, будет стремиться к мгновенному ее значению на сколь угодно малом промежутке. Сказанное в равной мере относится как к сигналу напряжения, так и к сигналу тока. В случае, если эти параметры нами используются для аппроксимации зависимости мощности  $P(t)$ , единственным требованием является требование о равенстве  $T'$  для тока и напряжения как по абсолютной величине, так и по фазе: начало интервала времени, на котором осуществляется разложение, должно быть одним и тем же как для кривых тока, так и кривых напряжения. В равной степени это справедливо и в отношении заданной границы интервала разложения, т.е. для  $t_2 = t_1 + T'$ : при  $t > t_2$  аппроксимирующие  $U(t)$  и  $I(t)$  функции равны нулю.

Более глубокий анализ показывает несколько иной результат, если за основу взять центральную задачу – задачу аппроксимации кривой  $P(t)$ , а не составляющих зависимостей  $U(t)$  и  $I(t)$ , которые в конечном итоге определяют  $P(t)$ . Так, зависимость  $P(t)_{|T'|}$  можно получить и иными путями, в отличие от приведенного выражения:

$$P_c(t)_{|T'|} = U(t) \sum_1^i I_i(t)_{|T'|}; \quad (10)$$

$$P_c(t)_{|T'|} = I(t) \sum_1^i U_i(t)_{|T'|};$$

$$P_c(t)_{|T'|} = \sum_1^i U_i(t)_{|T'|} \sum_1^i I_i(t)_{|T'|}. \quad (11)$$

Из (10), (11) видно, что аппроксимация зависимости  $P(t)$  может быть определена тремя различными путями:

- в первом случае аппроксимируется только кривая тока на интервале  $T'$  при неизменном сетевом напряжении  $U(t)$ ;
- во втором аппроксимируется кривая напряжения при неизменном токе;
- третий вариант заключается в аппроксимации обоих компонент – напряжения и тока.

Приведенные положения понятны; менее очевидным является то, что гармонический состав кривой  $P_c(t)_{|T'|}$  в каждом из трех приведенных вариантах отличается друг от друга, что, несомненно, следует учитывать при решении конкретных практических задач. При  $T' \neq T$  частоты гармоник тока и напряжения отличны от частоты реального физического сигнала, что, несомненно, следует учитывать при анализе, т.к. параметры реальных элементов схем замещения зависят не только от значения тока в заданный промежуток времени, но, что особенно важно, существенно связаны производными или интегралами искомых величин в ветвях схемы замещения.

Так, в случае, когда рядами аппроксимируются кривые напряжения и тока, получение зависимости мгновенной мощности в форме соответствующего ряда, т.е. произведения двух рядов, несомненно, связаны со значительными математическими трудностями: при наличии пяти гармоник напряжения и тока число элементарных произведений будет равно пятидесяти в случае, если компоненты представлены синусными и косинусными составляющими. В случае, если имеет место один ряд (напряжение или ток), мгновенная мощность будет представлять произведение одной компоненты (неаппроксимированной) на аппроксимированный ряд, при этом число элементарных произведений будет существенно меньше – десять. Отмеченное обстоятельство говорит в пользу второго варианта при

решении идентификационных задач с небольшим количеством идентифицируемых параметров.

Определенные возможности возникают при аппроксимации компонент мгновенной мощности таким образом, что интервал разложения гармонического сигнала (в нашем случае  $T'$ ) одинаков как для напряжения, так и для тока, однако сдвиг между ними может быть не равен нулю, как показано на рис. 5,а. При этом интервалы, на которых осуществляется разложение кривой напряжения,  $t_1 - t_2$ , а тока  $t_3 - t_4$ . Кривая мощности  $P(t)$  при этом аппроксимируется на интервале  $t_3 - t_2$  и, как следует из рис. 5,а, при  $t_2 = t_3$  значение мощности определяется единственным значением, равным мгновенному значению мощности в точке  $t_2$  или  $t_3$ . Режим, близкий к рассмотренному, представлен на рис. 5,б, где, однако, в отличие от предыдущего случая, различными являются величины интервалов разложения  $T'_1$  и  $T'_2$ , а также сдвиг между началом упомянутых интервалов ( $t_1$  – для кривой напряжения с интервалом разложения  $T'_1$  и  $t_3$  для кривой тока с интервалом разложения  $T'_2$ ).

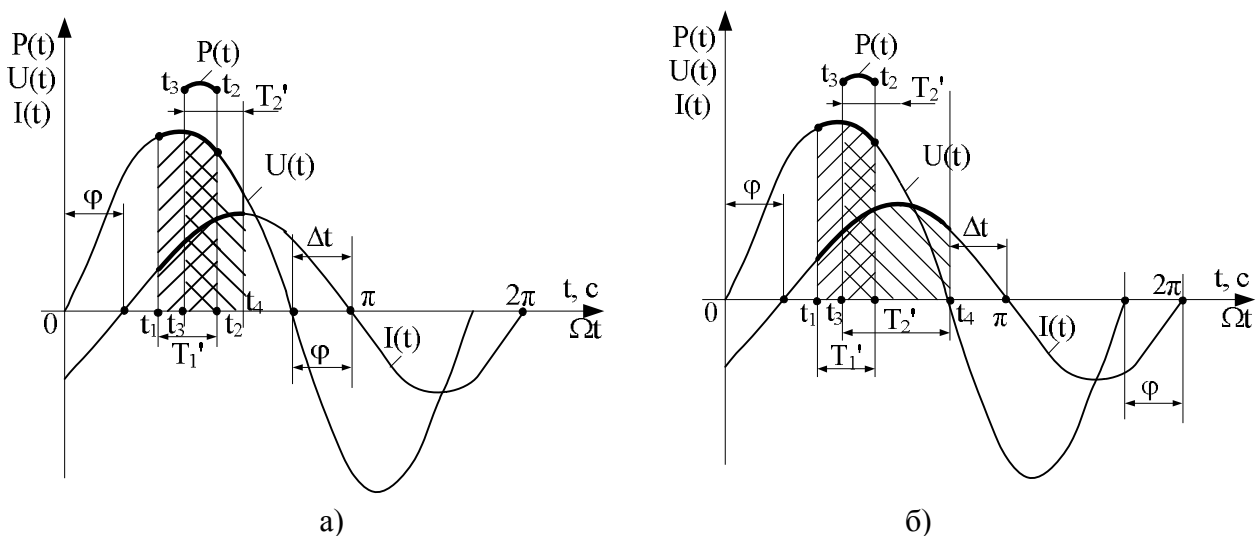


Рисунок 5 – Линейные диаграммы напряжения и тока сети с выделенными промежутками разложения:  $T'_1$  – для напряжения;  $T'_2$  – для тока:

а) при равных промежутках  $T'_1 = T'_2$ ; б) при промежутках, отличающихся по длительности  $T'_1 < T'_2$  при совпадающих (накладывающихся) интервалах определенности аппроксимирующих функций  $U(t)$  и  $I(t)$

На рис. 6 представлен вариант разложения в ряд кривых напряжения и тока на интервалах  $T'_1$  и  $T'_2$  таким образом, что  $t_2 > t_3$ , и это приводит к тому, что заштрихованные фигуры интервалов существования разложений вообще не совпадают. Это указывает на отсутствие возможности положительного результата при идентификации.

Рассмотренные кривые в конечном итоге могут быть получены при соответствующих компьютерных технологиях обработки сигналов экспериментов, связанных с обработкой измеренных сигналов напряжения и тока.

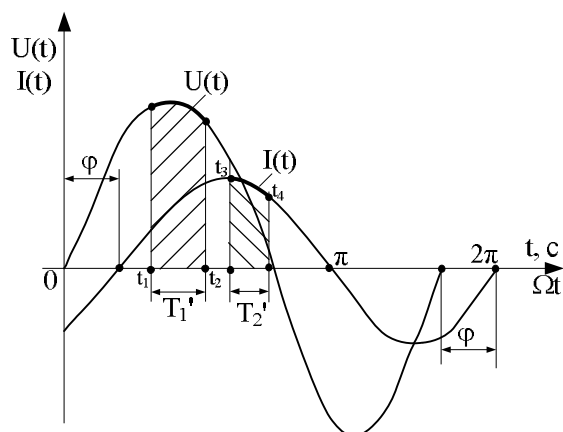


Рисунок 6 – Диаграммы тока и напряжения с аппроксимацией тригонометрическими рядами на равных промежутках разложения при  $t'_1 = T'_2$  с неперекрывающимися аппроксимационными промежутками

Нами отмечалось, что при частотном анализе энергетических режимов спектральный состав мгновенной мощности может определяться одним из возможных путей:

– при использовании непосредственного разложения зависимости  $P(t)$  на заданном промежутке, являющейся непосредственно измеряемой физической величиной с использованием приборного оборудования, или математической зависимости, полученной путем умножения временных функций  $U(t)$  и  $I(t)$  на определенном промежутке;

– независимого определения аппроксимирующих рядов для  $U(t)$  и  $I(t)$  и последующего их перемножения с целью получения математической зависимости  $P(t)$  и ее спектрального состава.

Представляет определенный интерес второй вариант, как наиболее часто встречающийся в инженерной и исследовательской практике. При этом существенным является то, как связаны друг с другом интервалы разложения функции  $U(t)$  и  $I(t)$ .

На рис. 6 представлены линейные диаграммы для случая, когда начало и конец промежутков, на которых разлагаются исходные зависимости для  $P(t)$ , может быть записана так:

$$\sum_{n=0}^{n=\infty} P(t)_{|T_1|} = \sum_{n=0}^{n=\infty} U_i(t)_{|T_1|} \sum_{m=0}^{m=\infty} I_i(t)_{|T_1|}.$$

В данном случае периоды разложения равны, а особенностью является то, что парциальные частоты сигналов, образованных разложением в ряд Фурье, совпадают.

Коэффициенты разложения при этом определяются из зависимостей [10]:

$$U_{n0} = \frac{1}{T'} \int_{t_1}^{t_2} U \cos \Omega t;$$

$$U_{na} = \frac{1}{T_1} \int_{t_1}^{t_2} U \cos \Omega t \cos \Omega' t dt;$$

$$U_{nb} = \frac{1}{T_1} \int_{t_1}^{t_2} U \cos \Omega t \sin \Omega' t dt.$$

Способы формирования псевдополигармонических сигналов заключаются в следующем. Перспективы использования псевдогармонических сигналов в



идентификационных задачах определяются возможностями аппарата Фурье и, прежде всего, допустимостью разложения в тригонометрический ряд большого класса функций на произвольном промежутке. Простейший, и в то же время универсальный, в определенном смысле, гармонический сигнал, будучи разложенным на интервале, отличном от периода сигнала, позволяет получить тригонометрический ряд с заданными характеристиками. Указанная определенность характеристик в известной мере условна, т.к. достаточно просто может быть задана частота гармонических, хотя их уровни, соотношения и т.п. могут быть определены не столь просто. В основе возможных затруднений находится существенное отличие в сигнале и понимании возможности разложения исходных гармонических функций на произвольном промежутке – с одной стороны, с реальными потребностями подготовки математического аппарата для целей постановки и практической реализации идентификационных задач. С этой позиции можно рассматривать задачу формирования псевдополигармонических сигналов для идентификационных задач как вполне актуальную.

Необходимость в столь однозначном разделении подходов к оценке свойств псевдополигармонических сигналов в задачах идентификации вызвана следующим. Формально, как следует из теории, разложение может быть осуществлено на произвольном промежутке, большем или меньшем, чем период напряжения. На этом промежутке, согласно теории, с большей точностью могут быть аппроксимированы зависимости  $U(t)$  и  $I(t)$  и, как следствие, кривая мощности  $P(t)$ , полученная как произведение  $U(t)$  и  $I(t)$ . Выбор величины интервала времени, на котором предполагается или осуществляется разложение, в соответствии с теорией, не имеет значения.

Следовательно, для идентификационных уравнений в любом случае получим спектр гармоник мощности, аппроксимирующей зависимость  $P(t)$ , т.е. сохраняя положения закона сохранения. Однако не следует забывать, что отмеченное справедливо для компонент мощности источника питания или их какой-то совокупности. Другими словами, в рассматриваемом случае длина промежутка, на котором осуществляется разложение, однозначно определяет частоту гармоник тока, напряжения, мощности.

Так, если полупериод напряжения (рис. 5,а) равен  $T'$ , то период первой гармоники гармонического ряда, аппроксимирующего  $U(t)$ , должен быть  $2T'$ , причем  $2T' \neq T$ . Таким образом, видно, что при выбранном способе аппроксимации (способы формирования модифицированного сигнала будут рассмотрены ниже) период напряжения, а, следовательно, и тока нагрузки может, а вернее, всегда отличается от периода сетевого напряжения, а частота первой гармоники сигнала будет отличной от частоты сети. Это вполне очевидный результат, за которым просматриваются особенности формирования псевдополигармонических сигналов и, в частности, сигналов, характерных для элементов схемы замещения. Для активного сопротивления мощность определяется зависимостью

$$P_R(t) = I(t)^2 R; \text{ для реактивного элемента } P_L(t) = LI(t) \frac{dI(t)}{dt}.$$

Так как производная от тока при гармоническом сигнале пропорциональна частоте, то такая же зависимость должна быть и для мощности. Другими словами, определяя мощность по результатам разложения компонент в ряд Фурье, необходимо учитывать частоту (интервал разложения) в тех случаях, когда энергопроцесс исследуется на реактивных элементах. Изменяя, например, в сторону уменьшения период разложения, тем самым получаем увеличение мощности вследствие роста частоты. Электромагнитная энергия при этом, как известно, пропорциональна квадрату тока и не зависит от частоты его изменения; последняя влияет, как указано, на скорость изменения энергии, т.е. на мощность индуктивности. Соответствующий вывод можно сформулировать и для другого реактивного линейного элемента – емкости, хотя результат будет иным: с ростом частоты мощность на емкости будет уменьшаться вследствие того, что производная напряжения на емкости будет уменьшаться с увеличением сигнала.

Сказанное необходимо соответствующим образом учитывать при составлении идентификационных уравнений баланса мгновенных значений мощности. В качестве примера рассмотрим значения мощности на источнике и элементах схемы замещения (индуктивности); напряжение  $U_c = 100$  В; ток 10 А; частота  $\omega = 314$  с<sup>-1</sup>, индуктивность  $L = 0,1$  Гн:

$$P_{L(t)} = I_m^2 \sin \omega t L \cos \omega t = \omega \frac{LI_m^2}{2} \sin 2\omega t = 1570 \sin 628\omega t \text{ (ВАР)}.$$

При тех же значениях напряжения и тока, частоте  $\omega = 628$  с<sup>-1</sup> мощность на индуктивности

$$P_{L(t)} = \omega \frac{LI_m^2}{2} \sin 2\omega t = 3140 \sin 1256\omega t.$$

Это обстоятельство со всей очевидностью показывает необходимость учета изменения энергобаланса потребителя при изменении периода разложения – использования части периода гармонического сигнала.

На рис. 7 представлены линейные диаграммы напряжения и тока с различными вариантами формирования полигармонических сигналов из приведенных кривых  $U(t)$  и  $I(t)$ . Отметим, что при реализации этого вопроса могут оказаться достаточно хорошо известные приемы построения фигур в зависимости от того или иного принципа симметрии (первого, второго или третьего рода и др.). Здесь первостепенное значение имеют простые приемы сдвига фигуры, поворот вокруг вертикальной или горизонтальной оси. Детально этот вопрос рассмотрен в работе [34].

На представленных рисунках диаграмм формирования псевдополигармонических сигналов показаны разные варианты, показывающие определенную неоднозначность подходов. Так, на рис. 7,а представлена часть периода сигналов напряжения и тока ( $T' < 0,02$ ;  $\nu = \frac{T'}{T} 2\pi$ ). Как следует из рисунка, при разложении в ряд Фурье кривых  $U(t)$  и  $I(t)$  в тригонометрический ряд с периодом  $T'$  в результате кроме переменных составляющих будет присутствовать и постоянная составляющая, затрудняющая в отдельных случаях дальнейший анализ.

На рис. 7,а видно, что постоянная составляющая будет присутствовать в разложении в ряд как кривой напряжения, так и тока, хотя и в разной мере. На рис. 7,б представлены режимы  $U(t)$  и  $I(t)$  на интервале периода переменного напряжения  $T$  с ограничениями справа и слева, чем добиваемся симметрии относительно оси времени разлагаемой в ряд части синусоиды  $U(t)$  (промежуток, на котором осуществляется разложение  $t_2 - t_1 = T''$ ), хотя избавиться от постоянной составляющей в разложении  $I(t)$  в условиях рассматриваемого примера не удастся. Такое представление аппроксимационной задачи не вызывает сомнений, хотя, как отмечалось, при решении некоторых задач возникает необходимость корректного учета особенностей работы идентифицируемых устройств при наличии постоянных составляющих в разложении анализируемых зависимостей в тригонометрический ряд, учитывая, что в реальных условиях такие явления невозможны. В таких случаях следует стремиться к таким формам аппроксимации, при которых исключается постоянная составляющая.

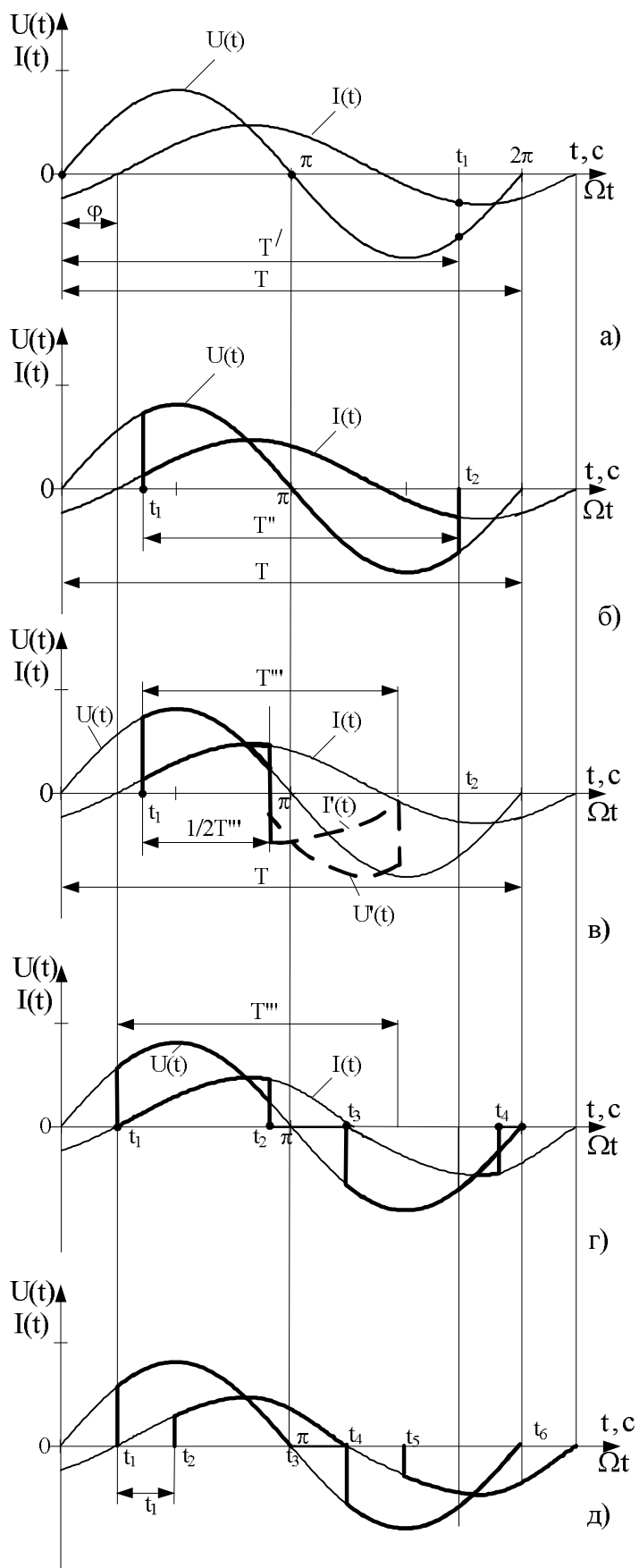


Рисунок 7 – Варианты формирования псевдополигармонических сигналов

Желательные результаты получаются при использовании одного из принципов симметрирования (симметрия первого, второго и т.д. рода [34]). Так, если за ось симметрии взять оси I–I и II–II (рис. 7,в), то получим кривую, период повторяемости которой будет равен  $2T''$ , а частота гармонических будет почти в два раза меньше частоты сети  $\Omega' = \frac{2\pi}{T''}$ . О

последствиях сделанного вывода указывалось ранее и изменение частоты в исходных уравнениях можно учесть соответствующим образом.

Дальнейший анализ вопроса выполним, ориентируясь на рис. 7,в, где аппроксимация режима выполнена на промежутке  $T'''$ , а дополнения к кривым напряжения  $U(t)$  и тока выполнены с учетом симметрии второго рода (оси I–I и II–II) и представлены на рисунке штрихпунктирными линиями. Период полученного таким образом сигнала равен  $T'''$ . Как и в предыдущих случаях, вопрос адекватности аппроксимационной операции не вызывает сомнений, хотя энергетическая сторона вопроса имеет свои особенности из-за изменения периода полученного сигнала – с одной стороны, а с другой – фазовые углы сдвига гармоник иные по сравнению с реальными условиями.

Вариант формирования полигармонических сигналов, осуществляемый путем двустороннего (справа и слева) исключения сигналов напряжения и тока, представлен на рис. 7,г. Условия симметрии сохраняются за счет одинакового формирования сигналов в положительный и отрицательный полупериоды переменного напряжения. При таком формировании сохраняется не только условие симметрии, но, и это важно, фазовый сдвиг гармоник напряжения и тока друг относительно друга. В данном случае периодом первой гармоники того и другого сигнала будет период сетевого напряжения, что снимает ту сложность, которая обусловлена изменением частоты псевдополигармонического сигнала.

Заслуживающий внимания вариант создания псевдополигармонического сигнала представлен на рис. 7,д, из напряжения исключаются участки на интервалах  $0-t_1$  и  $t_3-t_4$ . При этом выражение для напряжения будет

$$U(t) = 0, \quad \text{если } t_1 \geq t \geq 0; \quad t_4 \geq t \geq t_3;$$
$$U(t) = \sin \Omega t, \quad \text{если } t_3 \geq t \geq t_4; \quad t_6 \geq t \geq t_4.$$

Особенность такого подхода в том, что выражения для тригонометрического ряда, аппроксимирующего  $U(t)$  и  $I(t)$ , одинаковы (в предположении гармонических сигналов), но гармоники сдвинуты друг относительно друга на углы, пропорциональные их порядковому номеру.

Из изложенного выше следует, что при использовании сигналов полигармонического и псевдополигармонического вида и частотного представления составляющих мгновенной мощности в форме произведения напряжения  $U(t)$  и тока  $I(t)$  представляется возможным определение параметров достаточно сложных устройств и систем. Воплощение теоретического подхода для получения возможного результата достигается за счет использования уравнений энергетического баланса (баланса мощности) не в форме общепринятых выражений, а путем создания системы идентификационных уравнений, количество которых позволяет определить требуемое число неизвестных параметров, а состав – совокупность уравнений энергетического баланса для каждой из гармонических мгновенной мощности.

Из изложенного может быть сделан ошибочный вывод о применимости разработанного подхода при наличии в схеме замещения анализируемого объекта только линейных элементов. Это впечатление вполне понятно, если учесть то обстоятельство, что основное внимание уделялось изложению базового теоретического подхода, который в силу принятой установки использования закона сохранения позволяет более расширенно рассматривать полученные результаты. Один из таких моментов – применение изложенной теории к

идентификации параметров нелинейных элементов, входящих в структуру исследуемого объекта. Ниже излагаются основные положения, касающиеся особенностей применения энергетического метода при идентификации нелинейностей. Отметим при этом, что структура идентификационных уравнений (составление уравнений баланса мощности для каждой из гармоник) остается неизменной; отличие заключается в составлении энергетической модели нелинейности, входящей в качестве составной части в исследуемую систему. Очевидно, что количество указанных моделей достаточно велико, вид их зависит от характера протекающих физических процессов, а также от вида конкретной нелинейности.

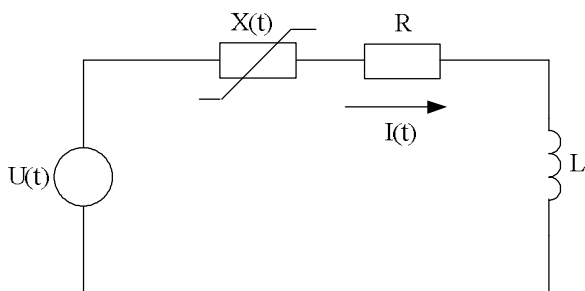


Рисунок 8– Электрическая цепь, содержащая нелинейность

объект с указанными свойствами.

Определение параметров нелинейности энергетическим методом включает в себя в общем случае следующие этапы:

- составляются уравнения баланса мощностей для исследуемой электрической цепи (или схемы замещения);
- определяется аналитическое выражение, аппроксимирующее нелинейность (степенной полином или гармоническая аппроксимация);
- на основе предварительного анализа цепи и нелинейной характеристики записывается выражение выходной величины в виде конечного ряда гармоник с неизвестными амплитудами;
- осуществляется подстановка функции, характеризующей входное воздействие в уравнение баланса энергии электрической цепи с последующими тригонометрическими преобразованиями для выделения синусных и косинусных составляющих гармоник;
- производится разделение компонент общего уравнения по отдельным гармоникам; на основании приравнивания коэффициентов при гармониках одного порядка в их левых и правых частях (в отдельности для синусных и косинусных составляющих) записывается система нелинейных алгебраических уравнений относительно искомым амплитуд функции разложения;
- осуществляется решение (в общем случае численными методами) полученной системы уравнений относительно неизвестных искомым параметров.

При наличии нелинейного элемента в цепи переменного тока в последнем протекает ток, состоящий из бесконечного числа гармонических, кратных частоте сети, причем отдельные гармоники пренебрежимо малы, чем и объясняется тот факт, что при анализе берется конечное число гармонических:

$$I(t) = I_{1a} \cos(\Omega t) + I_{1b} \sin(\Omega t) + \dots + I_{ma} \cos(m\Omega t) + I_{mb} \sin(m\Omega t), \quad (12)$$

где  $I_m$  – амплитудное значение тока на  $m$ -ой гармонике;  $\Omega$  – угловая частота гармоники;  $m$  – номер гармоники. Напряжение синусоидально  $U(t) = U_{1a} \cos(\Omega t)$ .

В процедурном плане заслуживает внимания следующий момент. Нетрудно предположить, что мгновенная мощность нелинейного элемента равна произведению тока элемента  $I(t)$  на э.д.с. нелинейности  $E(t)$ , которая в силу представлений является результатом физических процессов, происходящих в нелинейном элементе при протекании через него тока  $I(t)$ .

В этой связи мгновенную мощность, например, нелинейной индуктивности, зависящей от протекающего по обмотке тока, можно представить так:

$$P_L(t) = \frac{d}{dt}(L(I)I(t))I(t),$$

где  $L(I)$  – зависимость индуктивности от тока (или времени, когда упомянутый параметр можно представить в форме  $L(t)$ ).

При этом выражение, стоящее под знаком дифференциала, – это потокосцепление нелинейной индуктивности. В случае, если известна зависимость  $L(I)$  и ток  $I(t)$ , то путем подстановки  $I(t)$  в зависимость  $L(I)$  получим

$$P_L(t) = \frac{d}{dt}(L(t)I(t))I(t) = \frac{dL(t)}{dt}I(t)^2 + \frac{dI(t)}{dt}L(t)I(t). \quad (13)$$

Полученная зависимость более сложная, чем та, которая соответствует случаю  $L = const$ . Следует учесть, что при решении идентификационной задачи  $L(I)$  задается некоторым образом, например, в форме известного полинома, причем коэффициенты этого полинома неизвестны и нуждаются в определении. Возможны и другие формы задания нелинейности с помощью кусочно-линейных аппроксимационных кривых. Очевидно, при этом нужна та или иная форма представления кусочно-линейных кривых, например, в форме аналитических выражений отрезков прямых в определенных интервалах, что обеспечит математическое описание  $L(t)$ .

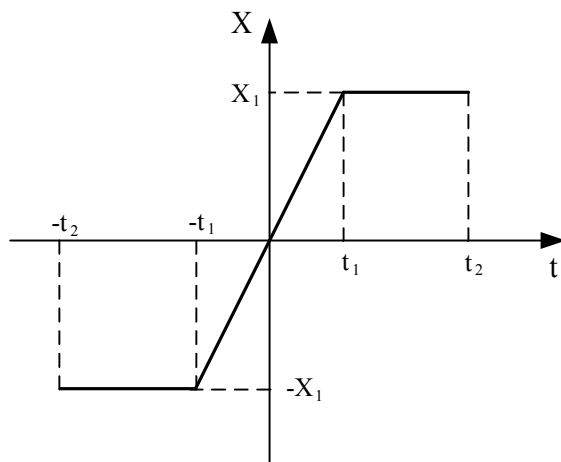


Рисунок 9 – Кусочно-линейная зависимость, описывающая параметры нелинейности

Рассмотрим пример определения параметров нелинейности типа «зона насыщения», которая соответствует некоторой кусочно-линейной функции (рис. 9), параметры которой в общем случае неизвестны. Форма характеристики насыщения идентична для многих реальных устройств, хотя входные и выходные величины могут иметь самую различную физическую природу. Так, практически все реальные усилители, независимо от того, являются ли они электронными, магнитными, пневматическими или гидравлическими, обладают пределом усиления по мощности в области больших входных сигналов уже только потому, что источник питания, за счет которого осуществляется усиление входного сигнала, ограничен по мощности.

При работе нелинейного элемента в цепи переменного тока в последнем протекает ток, состоящий из бесконечного числа гармонических, кратных частоте сети, причем отдельные гармоники пренебрежимо малы, чем и объясняется тот факт, что при анализе берется конечное число гармонических:

$$I(t) = I_{1a} \cos(\Omega t) + I_{1b} \sin(\Omega t) + \dots + I_{ma} \cos(m\Omega t) + I_{mb} \sin(m\Omega t), \quad (14)$$

где  $I_m$  – амплитудное значение тока на  $m$ -ой гармонике;  $\Omega$  – угловая частота гармоники;  $m$  – номер гармоники. Напряжение синусоидально:  $U(t) = U_{1a} \cos(\Omega t)$ .

С учетом представления кусочно-линейной функции нелинейности в виде ряда Фурье при прохождении через нее тока  $I(t)$ , выражение для  $X(t)$  будет иметь вид:

$$X(t) = a_1 \sin(\Omega t) + a_3 \sin(3\Omega t) + a_5 \sin(5\Omega t) + a_7 \sin(7\Omega t) + \dots + a_n \sin(n\Omega t), \quad (15)$$

где  $a_1, a_3, a_5, a_7, a_n$  – неизвестные, требующие определения.

Из особенностей разложения в ряд Фурье, в зависимости от того, четная или нечетная функция, более весомыми будут те или иные коэффициенты. В данном случае функция нечетная, поэтому нулевая и косинусные составляющие будут равны нулю.

С учетом вышеприведенных параметров система уравнений для определения неизвестных параметров будет получена из уравнения баланса мощностей:

$$U(t)I(t) = RI(t)^2 + L \frac{dI(t)}{dt} I(t) + (X(t)I(t))I(t). \quad (16)$$

Использование уравнения баланса на основе мощности (16) обусловлено тем, что в результате произведения сигналов напряжения и тока, представленных гармоническими рядами, получим сумму гармонических составляющих, количественно превосходящих сумму составляющих, полученных из уравнения баланса напряжений. Такой подход позволяет формировать систему с достаточным количеством уравнений с учетом закона сохранения энергии: мгновенная мощность источника в любой точке анализируемого интервала равна сумме мгновенных значений составляющих мощности элементов схемы замещения.

Следует отметить, что количество идентификационных уравнений зависит от количества гармоник в исходных сигналах. Для простоты расчета в общем случае ограничим количество гармоник тока  $I(t)$  до двух, а гармоник нелинейности  $X(t)$  – до семи (чем больше количество гармоник учитывается, тем выше точность расчета).

Тогда из условий формирования системы идентификационных уравнений [19] получим систему из 23 уравнений. Это обусловлено тем, что в результате перемножения составляющих мощности получим постоянную составляющую и переменную, с количеством гармоник  $k=11$ , в свою очередь каждая из них содержит косинусную и синусную составляющие, т.е. общее количество уравнений будет равно  $2k+1=23$ .

С учетом того, что для данной нелинейности количество неизвестных равно четырем, важным условием точности полученных результатов является выбор метода решения полученной системы линейных уравнений. Методы решения таких систем известны и достаточно точно описаны в литературе [35]. Таким образом, в результате математических преобразований для данной системы уравнений запишем эквивалентную систему из четырех уравнений:

$$\left\{ \begin{aligned} 0 &= RI_{2a}^2 - RI_{2b}^2 + 2L\Omega I_{2a}I_{2b} + a_1 \left( \sum_{m=1}^M I_{4a(2)} \right) + a_3 \left( \sum_{m=1}^M I_{4a(2)} \right) + a_5 \left( \sum_{m=1}^M I_{4a(2)} \right) + a_7 \left( \sum_{m=1}^M I_{4a(2)} \right); \\ 0 &= 2RI_{2a}I_{2b} + 2L\Omega I_{2b}^2 - 2L\Omega I_{2a}^2 + a_1 \left( \sum_{m=1}^M I_{4b(2)} \right) + a_3 \left( \sum_{m=1}^M I_{4b(2)} \right) + a_5 \left( \sum_{m=1}^M I_{4b(2)} \right) + a_7 \left( \sum_{m=1}^M I_{4b(2)} \right); \\ 0 &= a_1 \left( \sum_{m=1}^M I_{5a(2)} \right) + a_3 \left( \sum_{m=1}^M I_{5a(2)} \right) + a_5 \left( \sum_{m=1}^M I_{5a(2)} \right) + a_7 \left( \sum_{m=1}^M I_{5a(2)} \right); \\ 0 &= a_1 \left( \sum_{m=1}^M I_{5b(2)} \right) + a_3 \left( \sum_{m=1}^M I_{5b(2)} \right) + a_5 \left( \sum_{m=1}^M I_{5b(2)} \right) + a_7 \left( \sum_{m=1}^M I_{5b(2)} \right), \end{aligned} \right. \quad (17)$$

где составляющие  $\sum_{m=1}^M I_{m(2)}$  формируются из выражения мощности для нелинейного элемента:  $P_{R(t)}(t) = (R(t)I(t))I(t) = R(t)I^2(t)$ . Таким образом,  $\sum_{m=1}^M I_{m(2)}$  – это сумма составляющих тока каждой гармоники, полученная после возведения в квадрат гармонического ряда тока  $I(t)$ .

В качестве примера рассмотрим решение данной задачи для электрической цепи с параметрами  $R=100 \text{ } \hat{I} \text{ } \hat{i}$ ,  $L=1,4 \text{ } \hat{A} \hat{i}$ ,  $U(t)=220 \cos(\Omega t)$ ,  $\Omega = 314 \text{ c}^{-1}$ . В результате математического моделирования, выполненного решением дифференциального уравнения

$$U(t) = RI(t) + L \frac{dI(t)}{dt} + (X(t)I(t)), \quad (18)$$

получен ток

$$I(t) = -0,5 \cos(\Omega t) - 0,3 \sin(\Omega t) - 0,03 \cos(2\Omega t) + 0,04 \sin(2\Omega t). \quad (19)$$

С учетом вышеприведенных параметров, система уравнений для определения неизвестных коэффициентов будет иметь вид:

$$\left\{ \begin{aligned} 0 &= 0,03 + 1 - 0,005a_1 + 0,014a_3 + 0,05a_5 - 0,05a_7; \\ 0 &= -0,3 + 0,12 + 4,2 - 0,02a_1 - 0,5a_5 - 0,015a_3; \\ 0 &= 0,075a_3 + 0,001a_1 + 0,001a_5 + 0,075a_7; \\ 0 &= -0,0025a_1 + 0,04a_3 + 0,17a_5 - 0,04a_7. \end{aligned} \right. \quad (20)$$

В результате решения полученной системы линейных уравнений известными методами определим параметры нелинейности  $X(t)$ :

$$X(t) = 55 \sin(\Omega t) + 15 \sin(3\Omega t) + 5,1 \sin(5\Omega t) - 3,8 \sin(7\Omega t). \quad (21)$$

Кривая нелинейности  $X(t)$ , полученная путем идентификации энергетическим методом, показана на рис. 10.



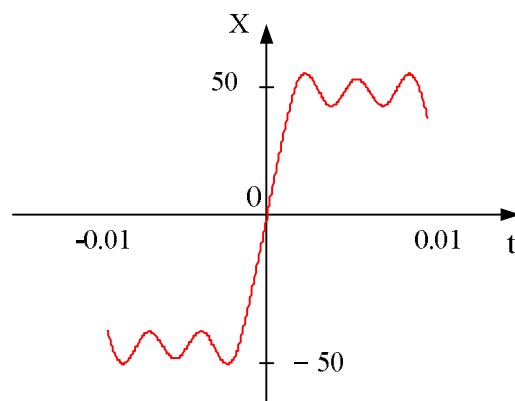


Рисунок 10 – Кривая нелинейности  $X(t)$ , полученная путем идентификации энергетическим методом

Как следует из рис. 8, нелинейность  $X(t)$  может быть какой угодно – не только той, которая затронута в вышеуказанном примере: это может быть нелинейное активное сопротивление, меняющееся определенным образом, нелинейная емкость  $C(t)$  или какая-то другая с иным примером преобразования энергии. Здесь важно то, что для анализа энергопроцессов необходимо описание нелинейного элемента в форме общей зависимости  $X(t)$ , дающей право определения напряжения  $U_x(t)$  и мощности на самом элементе. Тогда, например, при известном, меняющемся во времени  $X(t) = R(t)$ , напряжение на сопротивлении  $U_R(t) = I(t)R(t)$ , а мощность

$$P_R(t) = R(t)I(t)I(t) = E_R(t)I(t),$$

где  $E_R(t) = U_R(t)$ .

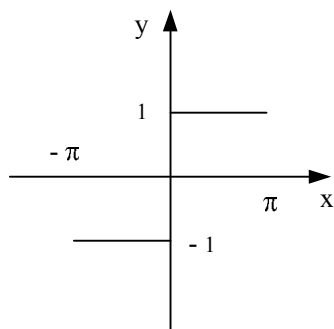
Следует дополнительно подчеркнуть то обстоятельство, что процедура определения возможна только при наличии временной зависимости  $X(t)$ , что, как указывалось, возможно с использованием разных аппроксимационных приемов: степенными полиномами, тригонометрическими функциями. Применение полиномиальной аппроксимации достаточно хорошо известно [36].

При этом при решении практических задач идентификации приводят к сложным математическим выражениям, применимость которых для анализа вызывает сомнения. В таких случаях оправданно применение другого, более рационального, приема – гармонической аппроксимации нелинейности, представляемой в форме совокупности кусочно-линейных элементов. При этом гармоническая аппроксимация – это представление имеющейся кусочно-линейной зависимости  $L(I)$  тригонометрическим рядом, полученным в соответствии с теоремой рядов Фурье, в частности, с возможностью разложения в тригонометрический ряд любой кривой на произвольном промежутке. При этом теория не предполагает наличия периодичности кривой – она может быть непериодичной, знакопостоянной; единственное условие – она не должна иметь разрывов первого рода и должна отвечать правилам интегрирования. В таком контексте гармоническую аппроксимацию можно рассматривать как традиционный прием, а известную гармоническую линеаризацию – как частный случай гармонической аппроксимации.

В литературе [37] показано, что выполнить разложение в ряд Фурье любой кусочно-линейной функции можно несколькими способами: во временной области, в частотной и комплексным методом, поэтому использование данных особенностей позволяет учитывать

параметры нелинейностей, а именно: особенности их физической природы, входных параметров и т.д. Таким образом, для любой заданной функции нелинейности может быть получено аналитическое выражение, удобное для дальнейшего расчета.

Рассмотрим примеры наиболее распространенных нелинейностей с кусочно-линейными характеристиками.



*Нелинейность типа «сухое трение».* Данный вид нелинейности характеризуется различными видами трения. Например, трение скольжения – сила, возникающая при поступательном перемещении одного из взаимодействующих тел относительно другого и действующая на это тело в направлении, противоположном направлению скольжения; трение качения – момент сил, возникающий при качении одного из двух взаимодействующих тел относительно другого; трение покоя – сила, возникающая между двумя контактирующими телами и препятствующая возникновению относительного движения. Основным показателем во всех

случаях является коэффициент трения. При этом очевидно, что учет факторов трения при проектировании, изготовлении и последующем ремонте двигателя обеспечивает повышение износостойкости деталей, поэтому идентификация и учет данного вида нелинейностей является актуальной и необходимой задачей. Математическое описание при кусочно-линейной аппроксимации:

$$y(x) = B \operatorname{sign} x.$$

Сигнал на выходе нелинейного элемента может быть разложен в ряд Фурье и тем самым представлен суммой гармонических составляющих:

$$y(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx.$$

С учетом того, что функция нечетная, получим  $a_0 = 0$ ;  $a_n = 0$ ;

$$b_n = \frac{2}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} y(x) \sin nxdx = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} 1 \sin nxdx = \frac{2}{\pi} \left( -\cos \frac{nx}{n} \right)_0^{\pi} = -\frac{2}{n\pi} (\cos n\pi + \cos 0) = \frac{2}{n\pi} (-\cos n\pi + 1).$$

При  $\cos n\pi = (-1)^n$  результирующее выражение будет иметь вид:

$$y(x) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1 - (-1)^n}{\pi n} \right) \sin nx.$$

Кривая, полученная в результате использования гармонической аппроксимации (n=5), представлена на рис. 11

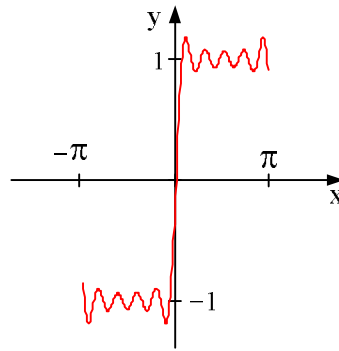
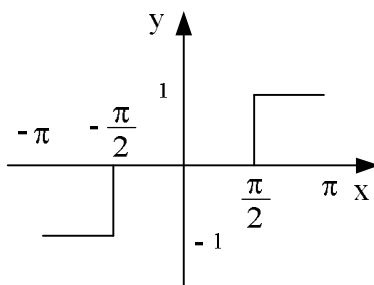


Рисунок 11 – Кривая нелинейности типа «сухое трение», полученная путем использования метода гармонической аппроксимации



*Симметричная нелинейность с зоной нечувствительности и ограничением.* Данный вид нелинейности представляет собой простейший нелинейный элемент, который является статической нелинейностью, где выходная величина зависит от входной величины, причем эта зависимость строго однозначна. Математическое описание при кусочно-линейной аппроксимации:

$$y(x) = \begin{cases} 0, & |x| \leq \frac{\pi}{2}; \\ B \operatorname{sign} x, & \frac{\pi}{2} \leq |x| \leq \pi. \end{cases}$$

Разложение в ряд Фурье для данной функции представлено выражением

$$y(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx.$$

С учетом того, что функция нечетная, получим  $a_0 = 0$ ;  $a_n = 0$ ;

$$b_n = \frac{2}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} y(x) \sin nxdx = \frac{2}{\pi} \left( \int_0^{\frac{\pi}{2}} 0 \sin nxdx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 1 \sin nxdx \right) = \frac{2}{\pi} \left( -\cos \frac{nx}{n} \right)_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = \frac{2}{n\pi} \left( -\cos n\pi + \cos \frac{n\pi}{2} \right).$$

Тогда результирующее выражение будет иметь вид

$$y(x) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left( -\cos n\pi + \cos \frac{n\pi}{2} \right) \sin nx.$$

Кривая, полученная в результате использования гармонической аппроксимации ( $n=10$ ), представлена на рис. 12.

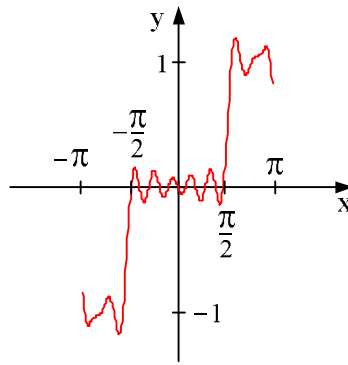
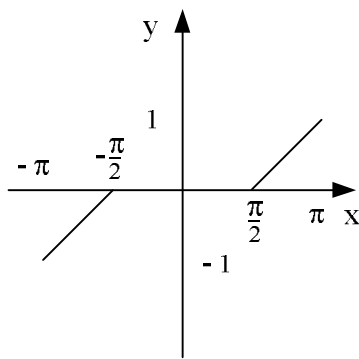


Рисунок 12 – Кривая симметричной нелинейности с зоной нечувствительности, полученная путем использования метода гармонической аппроксимации



*Нелинейность типа «усилитель с зоной нечувствительности, или мертвой зоной».* Возникает в механизмах с пружинной нагрузкой, используемой для уменьшения люфта, а также во многих других устройствах, не чувствительным к малым входным сигналам, например, в различных типах измерительно-преобразовательных элементов (индуктивные, емкостные, потенциометрические измерители-преобразователи, тахогенераторы), усилительно-преобразовательных (электронные, магнитные, гидравлические усилители) и в исполнительных элементах. Математическое описание при кусочно-линейной аппроксимации:

$$y(x) = \begin{cases} \left(\frac{\pi}{2} + x\right), & -\pi \leq x \leq -\frac{\pi}{2}; \\ \left(\frac{\pi}{2} - x\right), & \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi; \\ 0, & -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Разложение в ряд Фурье:

$$y(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx,$$

где  $a_0 = 0$ ;  $a_n = 0$ ;

$$b_n = \frac{2}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} y(x) \sin nxdx = \frac{2}{\pi} \left( \int_0^{\frac{\pi}{2}} 0 \sin nxdx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \sin nxdx \right) = \frac{2}{\pi} \left( \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \left(\frac{\pi}{2}\right) \sin nxdx - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (x) \sin nxdx \right) =$$

$$= \frac{2}{\pi} \left( \frac{(-1 - \pi) \cos \pi n}{n} + \frac{\left(\frac{\pi}{2} + 1\right) \cos \frac{\pi n}{2}}{n} + \frac{\sin \pi n}{n^2} - \frac{\sin \frac{\pi n}{2}}{n^2} \right).$$

Тогда результирующее выражение будет иметь вид:

$$y(x) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left( (-1 - \pi) \cos \pi n + \left( \frac{\pi}{2} + 1 \right) \cos \frac{\pi n}{2} + \frac{\sin \pi n}{n} - \frac{\sin \frac{\pi n}{2}}{n} \right) \sin nx.$$

Кривая, полученная в результате использования гармонической аппроксимации ( $n=5$ ), представлена на рис. 13.

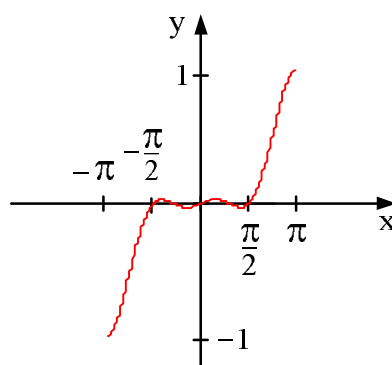


Рисунок 13 – Кривая нелинейности типа «зона нечувствительности», полученная путем использования метода гармонической аппроксимации

На примере вышеприведенных зависимостей (рис. 11–13) показано, что аналитическое выражение с высокой точностью может быть получено для любой нелинейности при наличии ее графического описания либо кусочно-линейной зависимости методом гармонической аппроксимации. Это позволяет достаточно эффективно выполнить дальнейшую ее идентификацию. Решение непосредственно идентификационной задачи выполняется методом гармонической аппроксимации в совокупности с энергетическим методом.

**ВЫВОДЫ.** Развитие теории мгновенной мощности в традиционных направлениях позволило выявить сферу научного и технического поиска, где энергетические методы позволяют реализовать задачи идентификационного характера для электромеханических устройств и систем самого разнообразного предназначения, комплексов с другими принципами преобразования энергии.

Предложенные методы оценки параметров электрооборудования базируются на уравнениях баланса составляющих мгновенной мощности источника электропитания и элементов, входящих в структуру анализируемого объекта. Метод, основанный на указанном принципе, рассматривается как энергетический метод идентификации.

Процедура формирования сигналов для идентификационных задач базируется на использовании или специализированных источников полигармонического напряжения, или путем полномасштабного применения компьютерных технологий, на базе которых реализован метод идентификации с псевдополигармоническими компонентами напряжения и тока.

Показано, что для анализа процессов энергообмена в нелинейной электрической цепи удобным и эффективным является энергетический метод, который, с учетом исходных данных (тока и напряжения сети), позволяет построить энергетические и математические модели для идентификации параметров элементов с нелинейными характеристиками.

Предложенные методы могут найти широкое применение в практике мониторинга или испытания электромеханических устройств: систем электропривода, электрических машин и др.

На примере нелинейности типа «зона насыщения», представленной кусочно-линейной зависимостью, показано, что идентификация может быть выполнена с достаточной точностью. В отличие от существующих методов предложенный математический аппарат позволяет учитывать любое количество гармонических составляющих, что способствует повышению точности оценки параметров нелинейностей.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Загирняк М.В., Родькин Д.И., Черный А.П. Направления развития теории мгновенной мощности и ее применение в задачах электромеханики // Міжнар. наук.-техн. конф. «Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика». – Одеса, 2011. – С. 347–354.
2. Мосюндз Д.А., Коренькова Т.В., Черный А.П. Расширение возможностей энергетического метода в задачах идентификации нелинейностей электромеханических систем // Збірник наукових праць X Міжнародної науково-технічної конференції молодих учених і спеціалістів «Електромеханічні і енергетичні системи, методи моделювання та оптимізації». – Кременчук, КНУ, 2012. – Вип. 2/2012 (18). – С. 10–17.
3. Родькин Д.И., Ромашихин Ю.В. Энергетический метод идентификации электромеханических устройств и систем // Известия высших учебных заведений и энергетических объединений СНГ. Энергетика. – Минск, 2011. – Вып. 3. – С. 10–20.
4. Родькин Д.И., Ромашихин Ю.В. Энергодиагностика асинхронных машин // Вісник Кременчуцького державного університету імені Михайла Остроградського. – Кременчук: КДУ, 2010. – Вип. 3/2010 (62), част. 2. – С. 128–137.
5. Родькин Д.И., Калинов А.П., Ромашихин Ю.В. Развитие частотных методов оценки параметров двигателей переменного тока // Вісник КДПУ. Зб. наук. праць КДПУ. – Кременчук: КДПУ, 2005. – Вип. 3/2005 (33). – С. 43–47.
6. Родькин Д.И. Особенности применения энергетического метода идентификации двигателей переменного тока при псевдополигармонических сигналах // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. – Кременчук: КДПУ, 2009. – Вип. 1/2009 (5). – С. 7–20.
7. Родькин Д.И. Актуальные вопросы теории и практики энергоресурсосберегающих электромеханических систем // Вісник КДПУ. – Вип. 3/2008 (50), част. 1. – С. 8–17.
8. Ромашихин Ю.В. Оценка эффективности использования псевдополигармонических сигналов разной формы при идентификации параметров асинхронных двигателей // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. Щоквартальний науково-виробничий журнал. – Кременчук: КрНУ, 2013. – Вип. 1/2013 (21). – С. 58–67.
9. Родькин Д.И. Комментарий к теории энергопроцессов с полигармоническими сигналами. Часть 2. Определение и использование показателей энергетических режимов // Вісник КДПУ. Наукові праці КДПУ. – Кременчук: КДПУ, 2005. – Вип. 3/2005 (32). – С. 106–115.
10. Родькин Д.И., Бялобржеский А.В., Ломонос А.И. Показатели энергопроцессов в сети с полигармоническими напряжениями и токами // Електротехніка. – 2004. – № 6. – С. 37–42.
11. Тонкаль В.Е., Новосельцев А.В., Денисюк С.П. и др. Баланс энергий в силовых цепях. – Киев: Наукова думка, 1992. – 312 с.
12. Агунов М.В., Агунов А.В. Об энергетических соотношениях в электрических цепях с несинусоидальными режимами // Електричество. – 2005. – № 4. – С. 53–56.

13. Родькин Д.И. О несоответствии некоторых положений теории энергопроцессов теореме Телледжена // Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика. – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2010. – № 28. – С. 71–79.
14. Родькин Д.И. Баланс составляющих мгновенной мощности полигармонических сигналов // Вісник КДПУ. – Кременчук: Кременчуцький державний політехнічний університет, 2007. – Вип. 3/2007 (44), част. 1. – С. 66–77.
15. Akagi H., Watanabe E.H., Aredes M. Instantaneous Power Theory and Applications to Power Conditioning. – New York: Wiley, 2007. – 380 p.
16. Gzarnecki L. Comments on Active Power Flow and Energy Accounts in Electrical Systems With Nonsinusoidal Waveforms and Assymetry // IEEE Transactions on Power Delivery. – Iss. 11, № 3, 1996. – PP. 1244–1250.
17. Крogerис А.Ф., Рашевиц К.К., Трейманис Э.П., Шинка Я.К. Мощность переменного тока. – Рига: Физ.-энерг. ин-т Латв. АН, 1993. – 294 с.
18. Жемеров Г.Г., Тугай Д.В. Мгновенные и средние активные и реактивные мощности в линейных цепях с синусоидальными напряжениями // Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2004. – № 43. – С. 153–160.
19. Родькин Д.И. Декомпозиция составляющих мощности полигармонических сигналов // Электротехника. – 2003. – № 6. – С. 34–37.
20. Родькин Д.И., Ромашихин Ю.В. Идентификация параметров асинхронных двигателей с псевдополигармоническим воздействием // Электроприводы переменного тока: Труды международной пятнадцатой НТК. – Екатеринбург, 2012. – С. 67–72.
21. Родькін Д.Й. Миттева потужність трифазного двигунного навантаження з полігармонічними напругою та струмом // Електроінформ. – 2007. – № 4. – С. 10–13.
22. Жемеров Г.Г., Крылов Д.С., Тугай Д.В. Система составляющих полной мощности и энергетических коэффициентов на основе р-q-г теории мощности // Технічна електродинаміка, тематичний випуск. Проблеми сучасної електротехніки. – 2004. – Част. 1. – С. 69–74.
23. Akagi H., Kanazava Y., Nabae A. Theory of the instantaneous reactive power in three-phase circuits // IPEC'83. – Int. Power Electronics Conf., Tokyo, Japan, 1983. – PP. 1375–1386.
24. Dugan R.C., McGranaghan M.F., Beaty H.W. Electrical power systems quality. – McGraw-Hill, 1996. – 265 p.
25. Kim K., Blaabjerg F., Bak B. Jensen Spectral analysis of instantaneous powers in single-phase and three-phase systems with use of p-q-r theory // IEEE Trans. on Power Electronics. – 2002. – Iss. 17. – № 5. – PP. 711–720.
26. Alonge F., D'Ippolito F., Ferrante G., Raimondi F.M. Parameter identification of induction motor model using genetic algorithms // IEEE, Dept. of Power Eng. – 2002. – Iss. 2. – PP. 1199–1203.
27. Hasegawa M., Ogawa D., Matsui K. Parameter Identification Scheme for Induction Motors Using Output Inter-Sampling Approach // Asian Power Electronics Journal. – 2008. – Iss. 2. – № 1. – PP. 15–22.
28. Steven R. Shaw. Numerical methods for identification motor parameters. – Massachusetts institute of technology, February 1997. – 223 p.
29. Gastli A. Identification of induction motor equivalent circuit parameters using the single-phase test // IEEE Transactions on Energy Conv. – March 1999. – Iss. 14. – № 1. – PP. 51–56.
30. Родькин Д.И. О необходимости разделения понятий качества потребления и преобразования энергии // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету: наукові праці КДПУ. – Кременчук: КДПУ, 2003. – Вип. 2/2003 (19). – С. 143–148.

31. Родькин Д.И., Коренькова Т.В. Энергетический метод анализа управляемости электромеханических систем // Электромеханічні і енергозберігаючі системи. – Вип. 2/2010 (10). – С. 8–16.
32. Агунов М.В., Агунов А.В. Об энергетических соотношениях в электрических цепях с несинусоидальными режимами // Электричество. – 2005. – № 4. – С. 53–56.
33. Хусаинов Ш.Н. Мощностные характеристики несинусоидальных режимов // Электричество. – 2005. – № 9. – С. 63–70.
34. Руденко Н.А., Ромашихин Ю.В. К определению псевдополигармонических сигналов в задачах гармонического анализа [Электронный ресурс] // Інженерні та освітні технології в електротехнічних і комп'ютерних системах. Щоквартальний науково-практичний журнал. – Кременчук: КрНУ, 2013. – Вип. 1/2013 (1). – С. 31–47. – Режим доступа: [eetecs.kdu.edu.ua](http://eetecs.kdu.edu.ua).
35. Нуссбаумер Г. Быстрое преобразование Фурье и алгоритмы вычисления сверток. – М.: Радио и связь, 1985. – 248 с.
36. Сигорский В.П. Математический аппарат инженера. – Киев: Техника, 1977. – 768 с.
37. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. – М: Высшая школа, 1988. – 450 с.

## GENERAL PRINCIPLES OF MATHEMATICS UNIT AND CONSTRUCTION OF DEVICES ELECTROMECHANICAL SYSTEMS IDENTIFICATION USING FREQUENCY METHODS FOR THE ANALYSIS OF ENERGY PROCESSES

**D. Rodkin, D. Mosyundz**

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University

ul. Pervomayskaya, 20, Kremenchuk, 39600, Ukraine. E-mail: [saue@kdu.edu.ua](mailto:saue@kdu.edu.ua)

Class of identification problems continuously expanded mainly due to the increasing needs because of growth of features and class of solved technical and technological problems. The Problem of Identification this is the definition of the parameters a wide variety of electrical electromechanical systems. With regard to an electromechanical device that is a definition of electromechanical and electromagnetic parameters of electrical machines. Every year appears more than two hundred works devoted the mentioned scientific and technical task. The range of methods of the parameters identification of electrical equipment is extremely wide, from the simplest, based on elementary ideas about physical processes and equivalent circuits to complex, based on complex mathematical models of devices and systems.

The analysis shows that the greatest interest of researchers cause different versions of frequency methods, particularly those where the notions of the processes supported by models of energy processes mainly in the frequency domain. Such studies are devoted to sufficiently large list of the results of studies carried out at the Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University. The peculiarity of this work is that with sufficient wide range of use of frequency representations in solving specific problems (different frequency power supply of the motor windings, poly-harmonic voltage, pseudo polyharmonics supply, the use of pseudo sources of AC voltage, etc.) are using an original promising energy method, which is based on the use of energy balance equations components of the instantaneous power consumption of power supply and elements of the equivalent circuit of the electric machine, which takes into account any physical phenomena. Energy balance method applies to equivalent circuits of machines of alternating and direct current of any complexity. The importance and the prospect the method under consideration that it applies not only for the identification of electric circuits, but tools and machines with other energy conversion principles with linear and nonlinear characteristics.

**Key words:** instantaneous power method, energy balance, identification equations and systems



#### REFERENCES

1. Zagirnyak M.V., Rodkin D.I., Chernyi A.P. Direction of development of the theory of instantaneous power and its application in problems of electrical engineering // *Intern. Scientific and Technical. conf. "Problems of automated electric. Theory and Practice"*. – Odessa, 2011. – PP. 347–354. [in Russian]
2. Rodkin D.I., Mosyundz D.A., Cherniy A.P., Korenkova T.V. Enhancement capabilities of energy method in task of identification nonlinearity of electromechanical system // *Electromechanical and energy saving systems*. – 2012. – Iss. 2/2012 (18). – PP. 10–17. [in Russian]
3. Rodkin D.I., Romashihin J.V. Energy method of electro-mechanical devices and systems identification // *Proceedings of the institutions of higher education associations and Energy CIS. Energy*. – Minsk, 2011. – Iss. 3. – PP. 10–20. [in Russian]
4. Rodkin D.I., Romashihin J.V. Energy diagnosis of induction machines // *Bulletin of the Kremenchuk Michailo Ostrohradskiy State University*. – Kremenchug: KSU, 2010. – Iss. 3 (62), part 2. – PP. 128–137. [in Russian]
5. Rodkin D.I., Kalinov A.P., Romashihin J.V. The development of frequency methods for estimating the parameters of alternating current motors // *Journal KSPU. Collection Science works of KSPU*. – Kremenchug: KSPU, 2005. – Iss. 3/2005 (33). – PP. 43–47. [in Russian]
6. Rodkin D.I. Features of the application of the energy method of identification of AC motors with pseudo polyharmonic signals // *Electromechanical and efficient system*. – Kremenchug: KSPU, 2009. – Iss. 1/2009 (5). – PP. 7–20. [in Russian]
7. Rodkin D.I. Current problems of theory and practice of Energy Saving electromechanical systems // *Journal KSPU*. – Iss. 3/2008 (50), part 1. – PP. 8–17. [in Russian]
8. Romashihin Y.V. Estimation of efficiency of using of pseudo polyharmonic signals of different forms in the identification of parameters of induction motors // *Electromechanical and efficient system. Quarterly research and production magazine*. – Kremenchug: KrNU, 2013. – Iss. 1/2013 (21). – PP. 58–67. [in Russian]
9. Rodkin D.I. Commentary on the theory of energy processes with polyharmonic signals. Part 2. The definition and use of indicators of the energy modes. // *News of Kremenchuk State politechnic universety: scientific study KSPU*. – 2005. – Iss. 3/2005 (32). – PP. 106–115. [in Russian]
10. Rodkin D.I., Byalobrzhesky A.V., Lomonos A.I. Indicators of energy process in circuit with polyharmonic voltage and current // *Journal of Electrotechnology*. – 2004. – Iss. 6. – PP. 37–41. [in Russian]
11. Tonkal V., Novoseltsev A., Denisyuk S. *The energy balance in power circuits*. – Kyiv: Naukova dumka, 1992. – 312 p. [in Russian]
12. Rodkin D.I., Romashihin Y.V. Evaluating the effectiveness of the energy method of parameter identification of induction motors with pseudo polyharmonic voltage and current signals // *Proceedings of the Thirteenth International scientific conference "Problems saving in electrical systems. Science, education and practice"*. – Kremenchug: KNU., 2011. – Iss. 1/2011 (1). – PP. 292–293. [in Russian]
13. Rodkin D.I. On the inconsistency some theory of the energy processes to Telledzhen's theorem // *Problems of automated electric. Theory and practice*. – Kharkov: NTU "KhPI", 2010. – № 28. – PP. 127–135. [in Russian]
14. Rodkin D.I. Balance of components of the instantaneous power of polyharmonic signals // *Visnyk KDPU: Naukovi pratsi KDPU*. – 2007. – Iss. 3/2007 (44). – PP. 66–77. [in Russian]
15. Akagi H., Watanabe E.H., Aredes M. *Instantaneous Power Theory and Applications to Power Conditioning*. – New York: Wiley, 2007. – 380 p.

16. Gzarnecki L. Comments on Active Power Flow and Energy Accounts In Electrical Systems With Nonsinusoidal Waveforms and Assymetry. // *IEEE Transactions on Power Delivery*. – 1996. – Iss. 11/1996 (3). – PP. 1244–1250.
17. Krogeris A.F., Rashevits K.K., Treimanis E.P. *Power of alternating current*. – Riga: Fiz. energy. Inst. Latvia Academy of Sciences, 1993. – 294 p. [in Russian]
18. Jemerov G. Instantaneous and average active and reactive power in linear circuits with sinusoidal voltages // *Problems of automated electric. Theory and Practice*. – Kharkov: NTU "KhPI", 2004. – № 43. – PP. 153–160. [in Russian]
19. Rodkin D.I. Decomposition of power components of polyharmonic signal" // *Journal of Electrical Engineering*. – 2003. – Iss. 6. – PP. 34–37. [in Russian]
20. Rodkin D.I., Romashihin Yu.V. Parameter identification of induction motors with a pseudo polyharmonic action // *Electric drives AC: Proceedings of the Fifteenth International STC*. – Ekaterinburg, 2012. – PP. 67–72. [in Russian]
21. Rodkin D.I. Instantaneous power of three phase motorload with poly harmonic voltage and current // *Elektroinform*. – 2007. – № 4. – PP. 10–13. [in Russian]
22. Jemerov G. System components of the total power and energy coefficients based on p-q-r theory of power // *Technical Electrodynamics, special issue. Problems of modern electronics*. – 2004. – Part 1. – PP. 69–74. [in Russian]
23. Akagi H., Kanazava Y., Nabae A. Theory of the instantaneous reactive power in three-phase circuits // *Int. Power Electronics Conf., Tokyo, Japan, IPEC'83*, 1983. – PP. 1375–1386.
24. Dugan R.C., McGranaghan M.F., Beaty H.W. *Electrical power systems quality*. – McGraw-Hill, 1996. – 265 p.
25. Kim K., Blaabjerg F., Bak B. Jensen Spectral analysis of instantaneous powers in single-phase and three-phase systems with use of p-q-r theory // *IEEE Trans. on Power Electronics*. – 2002. – Iss. 17/2002 (5). – PP. 711–720.
26. Alonge F., D'Ippolito F., Ferrante G., Raimondi F.M.. Parameter identification of induction motor model using genetic algorithms // *IEEE, Dept. of Power Eng.* – 2002. – Iss. 2. – PP. 1199–1203.
27. Hasegawa M., Ogawa D., Matsui K. Parameter Identification Scheme for Induction Motors Using Output Inter-Sampling Approach // *Asian Power Electronics Journal*. – 2008. – Iss. 2/2008 (1). – PP. 15–22.
28. Steven R. Shaw. *Numerical methods for identification motor parameters*. – Massachusetts institute of technology, 1997. – 223 p.
29. Gastli A. Identification of induction motor equivalent circuit parameters using the single-phase test // *IEEE Transactions on Energy Conv.* – March 1999. – Iss. 14, № 1. – PP. 51–56.
30. Rodkin D.I. About the need to separate the concepts of quality and consumption of energy conversion // *Bulletin of the Kremenchuk State Polytechnic University: research papers KSPU*. – Kremenchug: KSPU, 2003. – Iss. 2/2003 (19), part 1. – PP.143–148. [in Russian]
31. Rodkin D.I., Korenkova T.V. The energy method for analyzing the controllability of electromechanical systems // *Electromechanical and efficient system*. – 2010. – Iss. 2/2010 (10) – PP. 8–16. [in Russian]
32. Agunov M.V., Agunov A.V. About energy ratios in electrical circuits with non-sinusoidal modes // *Electricity*. – 2005. – № 4. – PP. 53–56. [in Russian]
33. Husainov Sh.N. Power characteristics of the non-sinusoidal modes // *Electricity*. – 2005. – № 9. – PP. 63–70. [in Russian]
34. Rudenko N.A., Romashihin Yu.V. By definition pseudopoligarmonical signals for harmonic analysis [Electronic resource] // *Engineering and educational technologies at electrical and computer systems. Quarterly theoretical and practical journal*. – Kremenchuk: KrNU, 2013. – № 1/2013 (1). – PP. 31–47. – Available at: [www.eetecs.kdu.edu.ua](http://www.eetecs.kdu.edu.ua). [in Russian]

35. Nussbaumer G. *Fast Fourier Transform and calculating convolution algorithms*. – М.: Radio i svyaz, 1985. – 248 p. [in Russian]  
36. Sigorsky V. *Mathematical apparatus of engineer*. – Kiev: Tehnika, 1977. – 768 p. [in Russian]  
37. Baskakov S. *Radio Circuits and Signals*. – М.: Vysshaya shkola, 1988. – 450 p. [in Russian]



Родькин Дмитрий Иосифович,  
д. техн. н., профессор,  
заведующий кафедрой «Системы автоматического управления и электропривод» КрНУ,  
ул. Первомайская, 20, г. Кременчуг, 39600, Украина.  
Тел. (05366) 3-11-47.  
E-mail: [saue@kdu.edu.ua](mailto:saue@kdu.edu.ua)



Мосюндз Дарья Андреевна,  
аспирант кафедры «Системы автоматического управления и электропривод» КрНУ,  
ул. Первомайская, 20, г. Кременчуг, 39600, Украина.  
Тел. (05366) 3-11-47.  
E-mail: [darya\\_mosyundz@mail.ru](mailto:darya_mosyundz@mail.ru)

Стаття надійшла 21.05.2013  
Рекомендовано до друку:  
д.техн.н., проф. Чермалих В.М.