

УДК 621.313.333

МГНОВЕННАЯ МОЩНОСТЬ ТРЕХФАЗНОЙ СЕТИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Д. И. Родькин, Ю. В. Ромашихин

Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского
ул. Первомайская, 20, г. Кременчуг, 39600, Украина. E-mail: Romashihin_yuriy@mail.ru

Рассмотрены особенности формирования составляющих мгновенной мощности трехфазной системы. Доказано, что в симметричной трехфазной системе в сигнале мгновенной мощности кроме постоянной составляющей присутствуют гармоники мощности, кратные шести. Показана эффективность использования составляющих мгновенной мощности при анализе энергопроцессов в трехфазной сети.

Ключевые слова: мгновенная мощность, трехфазный электрический двигатель.

МИТТЄВА ПОТУЖНІСТЬ ТРИФАЗНОЇ МЕРЕЖІ ЗМІННОГО СТРУМУ

Д. Й. Родькін, Ю. В. Ромашихін

Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського
вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, 39600, Україна. E-mail: Romashihin_yuriy@mail.ru

Розглянуто особливості формування складових миттєвої потужності трифазної мережі. Доведено, що в симетричній трифазній системі в сигналі миттєвої потужності окрім постійної складової присутні гармоніки потужності, що кратні шести. Показано ефективність використання складових миттєвої потужності при аналізі енергопроцесів у трифазній мережі.

Ключові слова: миттєва потужність, трифазний електричний двигун.

АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ. В задачах оценки энергетических режимов, идентификации и диагностики параметров электрооборудования используются методы, базирующиеся на балансе составляющих мгновенной мощности [1, 2]. Теория мгновенной мощности получила развитие с появлением новых микропроцессорных систем с использованием современной элементной базы. Аппарат мгновенной мощности применяется в системах диагностики электромеханических систем и электрических машин [3], при идентификации параметров машин переменного и постоянного токов [2, 4–6], в системах контроля качества преобразования энергии [7–9].

Мгновенная мощность формируется произведением сигналов напряжения и тока, которые могут быть легко измерены для любого электромеханического преобразователя и системы электрического привода. Использование сигналов напряжения и тока возможно при представлении их в виде рядов [7, 8, 10, 11]. Аппарат Фурье позволяет выполнить такое представление ввиду того, что рассматриваемые сигналы являются периодическими функциями с определенным периодом повторяемости. Получаемые при этом ряды могут содержать бесконечное число составляющих. Значит, мгновенная мощность определяется произведением двух величин – тока, который протекает через элемент цепи, и напряжения или электродвижущей силы (ЭДС) на этом элементе. Мгновенная мощность для любого элемента системы состоит из двух компонент – канонической и неканонической [2, 4]. Каноническая составляющая определяется произведением одночастотных компонент напряжения и тока, неканоническая – произведением разночастотных компонент соответствующих величин.

Мгновенная мощность является базовой функцией, которая позволяет анализировать энергопроцессы во времени [8, 9]. Таким образом, мгновенная мощность позволяет решать целый ряд задач, связанных с идентификацией параметров электропривода, электрооборудования, управлением качеством преобразования энергии, исследованием энергопроцессов в электроприводе постоянного и переменного токов и т.д. Наиболее полное

развитие аппарат мгновенной мощности получил в работах [2, 5–11]. Основы теории мгновенной мощности раскрыты в [12–16].

В процессе эксплуатации и ремонта электрической машины возможны режимы ее работы, при которых происходит ряд изменений в ее конструкции и, как следствие, – изменение параметров электрической машины (неравномерность зазора, изменение активных сопротивлений отдельных фаз статора, несимметрия взаимных индуктивностей, несимметрия индуктивностей статора). Все эти факторы ведут к появлению токов высших гармоник, переменной составляющей мощности, вибраций, т.е. это приводит к ускоренному выходу асинхронного двигателя (АД) из строя.

Целью работы является разработка математического аппарата для определения составляющих мгновенной мощности трехфазной электрической цепи при полигармоническом питании.

МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ. Большинство существующих представлений при идентификации электромагнитных параметров (ЭМП) асинхронных двигателей базируются на том, что электрическая машина считается симметричной и напряжение питания синусоидально. Это позволяет идентифицировать ЭМП АД только для одной фазы [4]. При этом считается, что параметры по фазам идентичны. Также делается допущение, что механическую часть в расчетной схеме достаточно учесть только в виде активного сопротивления ротора, зависящего от частоты вращения.

Однако следует отметить, что для АД, в особенности тех, которые прошли ремонт или находятся долгое время в эксплуатации, параметры по фазам различны. Это приводит к невозможности определения ЭМП АД только по одной фазе. Механическую часть также не представляется возможным учесть только активным сопротивлением ротора, зависящим от частоты вращения, для указанных АД [9]. Это связано с тем, что в АД появляется электромагнитная или параметрическая несимметрия.

Рассмотрим процесс формирования составляющих мощности трехфазного источника питания. При этом рассмотрим общий случай, когда напряжения и токи по фазам могут быть различны по величине и иметь различные фазовые углы (рис. 1).

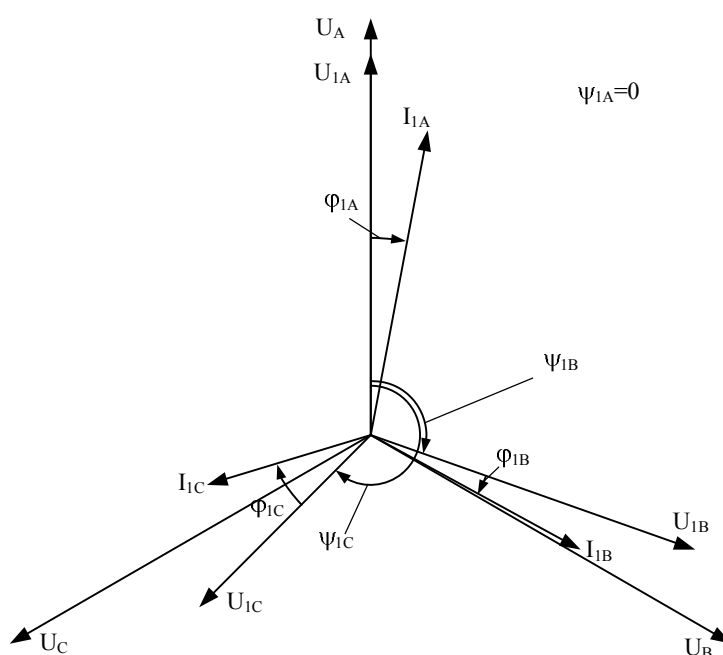


Рисунок 1 – Диаграмма напряжений и токов трехфазной системы

Сигнали напряжения и тока фазы А:

$$u_A(t) = \sum_{n_A=1}^{N_A} U_{nA} \cos(n_A \Omega t - \psi_{nA}) = \sum_{n_A=1}^{N_A} (U_{nAa} \cos(n_A \Omega t) + U_{nAb} \sin(n_A \Omega t));$$

$$i_A(t) = \sum_{m_A=1}^{M_A} I_{mA} \cos(m_A \Omega t - \varphi_{mA}) = \sum_{m_A=1}^{M_A} (I_{mAa} \cos(m_A \Omega t) + I_{mAb} \sin(m_A \Omega t)),$$

где U_{nA} – гармонические составляющие напряжения фазы А; I_{mA} – гармонические составляющие тока фазы А; n_A – номер гармоники напряжения фазы А; m_A – номер гармоники тока фазы А; N_A – число гармоник напряжения фазы А; M_A – число гармоник тока фазы А; φ_{mA} – угол сдвига фаз фазы А между вектором тока и вектором напряжения; ψ_{nA} – угол, учитывающий пространственное расположение вектора напряжения фазы А относительно вещественной оси.

Примем, что вектор первой гармоники напряжения совпадает с осью, принимаемой за нулевое положение векторов, т.е. $\psi_{1A} = 0$.

Аналогично можно записать выражения для составляющих напряжения и тока фаз В и С:

$$u_B(t) = \sum_{n_B=1}^{N_B} U_{nB} \cos(n_B \Omega t - \psi_{nB}) = \sum_{n_B=1}^{N_B} (U_{nBa} \cos(n_B \Omega t) + U_{nBb} \sin(n_B \Omega t));$$

$$i_B(t) = \sum_{m_B=1}^{M_B} I_{mB} \cos(m_B \Omega t - \varphi_{mB}) = \sum_{m_B=1}^{M_B} (I_{mBa} \cos(m_B \Omega t) + I_{mBb} \sin(m_B \Omega t));$$

$$u_C(t) = \sum_{n_C=1}^{N_C} U_{nC} \cos(n_C \Omega t - \psi_{nC}) = \sum_{n_C=1}^{N_C} (U_{nC a} \cos(n_C \Omega t) + U_{nC b} \sin(n_C \Omega t));$$

$$i_C(t) = \sum_{m_C=1}^{M_C} I_{mC} \cos(m_C \Omega t - \varphi_{mC}) = \sum_{m_C=1}^{M_C} (I_{mC a} \cos(m_C \Omega t) + I_{mC b} \sin(m_C \Omega t)),$$

где U_{nB} – гармонические составляющие напряжения фазы В; I_{mB} – гармонические составляющие тока фазы В; n_B – номер гармоники напряжения фазы В; m_B – номер гармоники тока фазы В; N_B – число гармоник напряжения фазы В; M_B – число гармоник тока фазы В; φ_{mB} – угол сдвига фаз фазы В между вектором тока и вектором напряжения; ψ_{nB} – угол, учитывающий пространственное расположение вектора напряжения фазы В относительно вещественной оси; U_{nC} – гармонические составляющие напряжения фазы С; I_{mC} – гармонические составляющие тока фазы С; n_C – номер гармоники напряжения фазы С; m_C – номер гармоники тока фазы С; N_C – число гармоник напряжения фазы С; M_C – число гармоник тока фазы С; φ_{mC} – угол сдвига фаз фазы С между вектором тока и вектором напряжения; ψ_{nC} – угол, учитывающий пространственное расположение вектора напряжения фазы С относительно вещественной оси.

Гармоники напряжений фаз А, В, С имеют фазовые сдвиги ψ_{nA} , ψ_{nB} , ψ_{nC} относительно вектора первой гармоники напряжения фазы А U_{1A} . Гармоники токов сдвинуты на углы φ_{mA} , φ_{mB} , φ_{mC} относительно соответствующих гармоник напряжения фаз А, В, С.

Мгновенная мощность определяется произведением сигналов напряжения и тока:

$$\begin{aligned}
 p_A(t) &= u_A(t)i_A(t) = \\
 &= \sum_{n_A=1}^{N_A} U_{nAa} \cos(n_A\Omega t) \sum_{m_A=1}^{M_A} I_{mAa} \cos(m_A\Omega t) + \sum_{n_A=1}^{N_A} U_{nAa} \cos(n_A\Omega t) \sum_{m_A=1}^{M_A} I_{mAb} \sin(m_A\Omega t) + \\
 &+ \sum_{n_A=1}^{N_A} U_{nAb} \sin(n_A\Omega t) \sum_{m_A=1}^{M_A} I_{mAa} \cos(m_A\Omega t) + \sum_{n_A=1}^{N_A} U_{nAb} \sin(n_A\Omega t) \sum_{m_A=1}^{M_A} I_{mAb} \sin(m_A\Omega t) = \\
 &= \frac{1}{2} \left(\sum_{n_A=1}^{N_A} \sum_{m_A=1}^{M_A} U_{nAa} I_{mAa} \cos((n_A + m_A)\Omega t) \right) + \sum_{n_A=1}^{N_A} \sum_{m_A=1}^{M_A} U_{nAa} I_{mAa} \cos((n_A - m_A)\Omega t) + \\
 &+ \sum_{n_A=1}^{N_A} \sum_{m_A=1}^{M_A} U_{nAa} I_{mAb} \sin((m_A + n_A)\Omega t) + \sum_{n_A=1}^{N_A} \sum_{m_A=1}^{M_A} U_{nAa} I_{mAb} \sin((m_A - n_A)\Omega t) + \\
 &+ \sum_{n_A=1}^{N_A} \sum_{m_A=1}^{M_A} U_{nAb} I_{mAa} \sin((n_A + m_A)\Omega t) + \sum_{n_A=1}^{N_A} \sum_{m_A=1}^{M_A} U_{nAb} I_{mAa} \sin((n_A - m_A)\Omega t) + \\
 &+ \sum_{n_A=1}^{N_A} \sum_{m_A=1}^{M_A} U_{nAb} I_{mAb} \cos((n_A - m_A)\Omega t) - \sum_{n_A=1}^{N_A} \sum_{m_A=1}^{M_A} U_{nAb} I_{mAb} \cos((n_A + m_A)\Omega t) \Big).
 \end{aligned}$$

С учетом приведения подобных получим следующее выражение для мгновенной мощности фазы А:

$$\begin{aligned}
 p_A(t) &= \frac{1}{2} \left(\sum_{n_A=1}^{N_A} \sum_{m_A=1}^{M_A} (U_{nAa} I_{mAa} - U_{nAb} I_{mAb}) \cos((n_A + m_A)\Omega t) \right) + \\
 &+ \sum_{n_A=1}^{N_A} \sum_{m_A=1}^{M_A} (U_{nAa} I_{mAa} + U_{nAb} I_{mAb}) \cos((n_A - m_A)\Omega t) + \\
 &+ \sum_{n_A=1}^{N_A} \sum_{m_A=1}^{M_A} (U_{nAa} I_{mAb} + U_{nAb} I_{mAa}) \sin((m_A + n_A)\Omega t) + \\
 &+ \sum_{n_A=1}^{N_A} \sum_{m_A=1}^{M_A} (U_{nAa} I_{mAb} - U_{nAb} I_{mAa}) \sin((m_A - n_A)\Omega t).
 \end{aligned}$$

С учетом приведенного соотношения можно записать в общем виде выражения для канонических (P_{kAac} , P_{kAbs}) и неканонических (P_{kAas} , P_{kAbs}) составляющих мгновенной мощности фазы А:

$$\begin{aligned}
 P_{0A} &= \frac{1}{2} \left(\sum_{n_A=1}^{N_A} U_{nAa} \sum_{\substack{m_A=1 \\ m_A=n_A}}^{M_A} I_{mAa} + \sum_{n_A=1}^{N_A} U_{nAb} \sum_{\substack{m_A=1 \\ m_A=n_A}}^{M_A} I_{mAb} \right); \\
 P_{kAac} &= \frac{1}{2} \left(\sum_{n_A=1}^{N_A} U_{nAa} \sum_{\substack{m_A=1 \\ k_A=2m_A, m_A=n_A}}^{M_A} I_{mAa} - \sum_{n_A=1}^{N_A} U_{nAb} \sum_{\substack{m_A=1 \\ k_A=2m_A, m_A=n_A}}^{M_A} I_{mAb} \right);
 \end{aligned}$$

$$P_{kAas} = \frac{1}{2} \left(\sum_{n_A=1}^{N_A} U_{nAa} \sum_{m_A=1}^{M_A} I_{mAa} + \sum_{n_A=1}^{N_A} U_{nAa} \sum_{m_A=1}^{M_A} I_{mAa} + \sum_{n_A=1}^{N_A} U_{nAb} \sum_{m_A=1}^{M_A} I_{mAb} - \sum_{n_A=1}^{N_A} U_{nAb} \sum_{m_A=1}^{M_A} I_{mAb} \right);$$

$$P_{kAbc} = \frac{1}{2} \left(\sum_{n_A=1}^{N_A} U_{nAa} \sum_{m_A=1}^{M_A} I_{mAb} - \sum_{n_A=1}^{N_A} U_{nAb} \sum_{m_A=1}^{M_A} I_{mAa} \right);$$

$$P_{kAbs} = \frac{1}{2} \left(\sum_{n_A=1}^{N_A} U_{nAa} \sum_{m_A=1}^{M_A} I_{mAb} + \sum_{n_A=1}^{N_A} U_{nAa} \sum_{m_A=1}^{M_A} I_{mAb} + \sum_{n_A=1}^{N_A} U_{nAb} \sum_{m_A=1}^{M_A} I_{mAa} - \sum_{n_A=1}^{N_A} U_{nAb} \sum_{m_A=1}^{M_A} I_{mAa} \right).$$

Також із приведених складових можна виділити складові миттєвої потужності, частоти яких не збігаються з частотами канонічних складових миттєвої потужності:

$$P_{kAaq} = \frac{1}{2} \left(\sum_{n_A=1}^{N_A} U_{nAa} \sum_{m_A=1}^{M_A} I_{mAa} + \sum_{n_A=1}^{N_A} U_{nAa} \sum_{m_A=1}^{M_A} I_{mAa} + \sum_{n_A=1}^{N_A} U_{nAb} \sum_{m_A=1}^{M_A} I_{mAb} - \sum_{n_A=1}^{N_A} U_{nAb} \sum_{m_A=1}^{M_A} I_{mAb} \right);$$

$$P_{kAbq} = \frac{1}{2} \left(\sum_{n_A=1}^{N_A} U_{nAa} \sum_{m_A=1}^{M_A} I_{mAb} + \sum_{n_A=1}^{N_A} U_{nAa} \sum_{m_A=1}^{M_A} I_{mAb} + \sum_{n_A=1}^{N_A} U_{nAb} \sum_{m_A=1}^{M_A} I_{mAa} - \sum_{n_A=1}^{N_A} U_{nAb} \sum_{m_A=1}^{M_A} I_{mAa} \right),$$

причому $k_{Aq} \neq k_{As}$.

Тоді сигнал миттєвої потужності формується з урахування всіх розглянутих вище складових:

$$p_A(t) = P_{0A} + P_{kAac} + P_{kAbc} + P_{kAas} + P_{kAbs} + P_{kAaq} + P_{kAbq}.$$

С використанням приведених виражень можна розрахувати складові миттєвої потужності для будь-якої кількості і будь-яких комбінацій гармоник напруги і струму. Так, наприклад, при наявності в кривих напруги і струму гармоник напруги і струму з номерами 1, 3, 5, 7 отримуються гармоніки миттєвої потужності з номерами 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14. Причому канонічні складові утворюють гармоніки миттєвої потужності з номерами 0, 2, 6, 10, 14, а неканонічні – 2, 4, 6, 8, 10, 12.

Розглянемо більш детально формування, наприклад, 10-ї гармоніки миттєвої потужності. Десята гармоніка миттєвої потужності утворюється одночасно двома складовими – канонічними і неканонічними.

Так, канонічна косинусна складова миттєвої потужності ($k_A = 10$) утворюється в результаті перемноження п'ятих гармоник напруги і струму ($m_A = n_A = 5$) і в відповідності з приведеними вираженнями має вигляд:

$$P_{10Aac} = \frac{1}{2} (U_{5Aa} I_{5Aa} - U_{5Ab} I_{5Ab}).$$

Аналогічно, в відповідності з приведеними вираженнями, получим неканонічну косинусну складову миттєвої потужності:

$$P_{10Aas} = \frac{1}{2}(U_{3Aa}I_{7Aa} + U_{7Aa}I_{3Aa} - U_{3Ab}I_{7Ab} - U_{7Ab}I_{3Ab}).$$

Слід зазначити, що неканонічні складові 10-ї гармоніки миттєвої потужності утворюються в результаті перемноження компонент напруги і струму з номерами 1 і 7 або 3 і 5.

Тоді миттєвна потужність складається з двох складових: канонічних і неканонічних:

$$P_{10Aa} = P_{10Aac} + P_{10Aas}.$$

Тоді, в відповідності з вищеизложеною, для сигналів напруги і струму з номерами 1, 3, 5, 7 можна скласти рівняння балансу в вигляді рівності складових миттєвої потужності джерела полігармонічного напруги P_{kA_uct} складовим миттєвої потужності для споживача P_{kA_nomp} :

$$\begin{aligned} P_{0Aa_uct} &= P_{0Aa_nomp}; \\ P_{2Aac_uct} + P_{2Aas_uct} &= P_{2Aac_nomp} + P_{2Aas_nomp}; \\ P_{2Abc_uct} + P_{2Abs_uct} &= P_{2Abc_nomp} + P_{2Abs_nomp}; \\ P_{4Aaq_uct} &= P_{4Aaq_nomp}; \\ P_{4Abq_uct} &= P_{4Abq_nomp}; \\ P_{6Aac_uct} + P_{6Aas_uct} &= P_{6Aac_nomp} + P_{6Aas_nomp}; \\ P_{6Abc_uct} + P_{6Abs_uct} &= P_{6Abc_nomp} + P_{6Abs_nomp}; \\ P_{8Aaq_uct} &= P_{8Aaq_nomp}; \\ P_{8Abq_uct} &= P_{8Abq_nomp}; \\ P_{10Aac_uct} + P_{10Aas_uct} &= P_{10Aac_nomp} + P_{10Aas_nomp}; \\ P_{10Abc_uct} + P_{10Abs_uct} &= P_{10Abc_nomp} + P_{10Abs_nomp}; \\ P_{12Aaq_uct} &= P_{12Aaq_nomp}; \\ P_{12Abq_uct} &= P_{12Abq_nomp}; \\ P_{14Aac_uct} &= P_{14Aac_nomp}; \\ P_{14Abc_uct} &= P_{14Abc_nomp}. \end{aligned}$$

Вираження для миттєвої потужності фази А можна записати в вигляді:

$$p_A(t) = \frac{1}{2} \left(\sum_{k_A=1}^{K_A} P_{kAa} \cos(k_A \Omega t) + \sum_{k_A=1}^{K_A} P_{kAb} \sin(k_A \Omega t) \right)$$

або

$$p_A(t) = \frac{1}{2} \left(\sum_{k_A=1}^{K_A} P_{kA} \cos(\psi_A) \cos(k_A \Omega t) + \sum_{k_A=1}^{K_A} P_{kA} \sin(\psi_A) \sin(k_A \Omega t) \right),$$

де $P_{kAa} = U_{nAa}I_{mAa} \mp U_{nAb}I_{mAb}$ – косинусна складова миттєвої потужності фази А;
 $P_{kAb} = U_{nAa}I_{mAb} \pm U_{nAb}I_{mAa}$ – синусна складова миттєвої потужності фази А.

Аналогічно можна отримати вираження для складових миттєвої потужності фаз В і С:

$$p_B(t) = \frac{1}{2} \left(\sum_{k_B=1}^{K_B} P_{kBa} \cos(k_B \Omega t) + \sum_{k_B=1}^{K_B} P_{kBb} \sin(k_B \Omega t) \right);$$

$$p_C(t) = \frac{1}{2} \left(\sum_{k_C=1}^{K_C} P_{kCa} \cos(k_C \Omega t) + \sum_{k_C=1}^{K_C} P_{kCb} \sin(k_C \Omega t) \right)$$

или

$$p_B(t) = \frac{1}{2} \left(\sum_{k_B=1}^{K_B} P_{k_B} \cos(\psi_B) \cos(k_B \Omega t) + \sum_{k_B=1}^{K_B} P_{k_B} \sin(\psi_B) \sin(k_B \Omega t) \right);$$

$$p_C(t) = \frac{1}{2} \left(\sum_{k_C=1}^{K_C} P_{k_C} \cos(\psi_C) \cos(k_C \Omega t) + \sum_{k_C=1}^{K_C} P_{k_C} \sin(\psi_C) \sin(k_C \Omega t) \right),$$

где $P_{kBa} = U_{nBa} I_{mBa} \mp U_{nBb} I_{mBb}$ – косинусная составляющая миттєвої потужності фази В;
 $P_{kBb} = U_{nBa} I_{mBb} \pm U_{nBb} I_{mBa}$ – синусная составляющая миттєвої потужності фази В;
 $P_{kCa} = U_{nCa} I_{mCa} \mp U_{nCb} I_{mCb}$ – косинусная составляющая миттєвої потужності фази С;
 $P_{kCb} = U_{nCa} I_{mCb} \pm U_{nCb} I_{mCa}$ – синусная составляющая миттєвої потужності фази С.

Мощность трехфазной сети определяется суммой мощностей всех фаз:

$$p_{\Sigma}(t) = p_A(t) + p_B(t) + p_C(t).$$

С учетом подстановок, получим:

$$p_{\Sigma}(t) = \frac{1}{2} \left(\sum_{k_A=1}^{K_A} P_{kA} \cos(\psi_A) \cos(k_A \Omega t) + \sum_{k_A=1}^{K_A} P_{kA} \sin(\psi_A) \sin(k_A \Omega t) \right) +$$

$$+ \frac{1}{2} \left(\sum_{k_B=1}^{K_B} P_{kB} \cos(\psi_B) \cos(k_B \Omega t) + \sum_{k_B=1}^{K_B} P_{kB} \sin(\psi_B) \sin(k_B \Omega t) \right) +$$

$$+ \frac{1}{2} \left(\sum_{k_C=1}^{K_C} P_{kC} \cos(\psi_C) \cos(k_C \Omega t) + \sum_{k_C=1}^{K_C} P_{kC} \sin(\psi_C) \sin(k_C \Omega t) \right).$$

На основании выражения для миттєвої потужності трехфазной системы можно рассмотреть частный случай получения складових миттєвої потужності для симметричной несинусоидальной системы. При этом можно принять, что гармонический состав миттєвої потужності по фазам одинаковый $k = k_A = k_B = k_C = 1..K$, а углы сдвига фаз составляют $2\pi/3$, а с учетом гармоник – $k2\pi/3$.

Тогда выражение для миттєвої потужності трехфазной системы примет вид:

$$p_{\Sigma}(t) = \frac{1}{2} \left(\sum_{k=1}^K P_k \cos(k\psi_A) \cos(k\Omega t) + \sum_{k=1}^K P_k \sin(k\psi_A) \sin(k\Omega t) \right) +$$

$$+ \sum_{k=1}^K P_k \cos(k\psi_B) \cos(k\Omega t) + \sum_{k=1}^K P_k \sin(k\psi_B) \sin(k\Omega t) +$$

$$+ \sum_{k=1}^K P_k \cos(k\psi_C) \cos(k\Omega t) + \sum_{k=1}^K P_k \sin(k\psi_C) \sin(k\Omega t)$$

или

$$p_{\Sigma}(t) = \frac{1}{2} \left(\sum_{k=1}^K P_k \cos(k\Omega t) (\cos(k\psi_A) + \cos(k\psi_B) + \cos(k\psi_C)) + \sum_{k=1}^K P_k \sin(k\Omega t) (\sin(k\psi_A) + \sin(k\psi_B) + \sin(k\psi_C)) \right)$$

Значения косинусных и синусных составляющих мгновенной мощности трехфазной симметричной несинусоидальной системы приведены в табл. 1. Следует отметить: если в кривых напряжения и тока присутствуют только нечетные гармоники, т.е. 1, 3, 5, 7 и т.д., то в кривой мгновенной мощности будут присутствовать только четные, т.е. 0, 2, 4 и т.д., которые образуются в результате произведения составляющих гармоник напряжения и тока. Значения функций косинуса и синуса приведены в табл. 2.

Таблица 1 – Значения косинусных и синусных составляющих мгновенной мощности

№ гармоники k	$\sum_{k=1}^K P_k \cos(k\Omega t) (\cos(k\psi_A) + \cos(k\psi_B) + \cos(k\psi_C))$	$\sum_{k=1}^K P_k \sin(k\Omega t) (\sin(k\psi_A) + \sin(k\psi_B) + \sin(k\psi_C))$
0	$3 \sum_{k=1}^K P_k$	0
2	0	0
4	0	0
6	$3 \sum_{k=1}^K P_k \cos(6\Omega t)$	0
8	0	0
10	0	0
12	$3 \sum_{k=1}^K P_k \cos(12\Omega t)$	0
...
$k = 6h$ ($h=0,1,2,\dots$)	$3 \sum_{k=1}^K P_k \cos(k\Omega t)$	0

Таблица 2 – Значения функций косинуса и синуса

Значение угла		Значение функции косинус	Значение функции синус
град.	рад.		
0	0	1	0
120	$2\pi/3$	-0,5	0,866
240	$4\pi/3$	-0,5	-0,866
360	$6\pi/3 = 2\pi$	1	0
480	$8\pi/3$	-0,5	0,866
600	$10\pi/3$	-0,5	-0,866
720	$12\pi/3 = 4\pi$	1	0

Таким образом, в трехфазной симметричной системе несинусоидальных напряжений присутствуют постоянная составляющая и гармоники с номерами, кратными шести.

Другим частним случаем может быть трехфазная несинусоидальная система с различными значениями амплитуд гармоник напряжения и тока, но с одинаковыми углами сдвига фаз. При этом можно принять, что углы сдвига фаз между векторами напряжений и токов фаз составляют $2\pi/3$, а с учетом гармоник – $k2\pi/3$, а также то, что номера гармоник напряжения, тока и мгновенной мощности совпадают.

Тогда выражение для мгновенной мощности трехфазной системы примет вид:

$$p_{\Sigma}(t) = \frac{1}{2} \left(\sum_{k=1}^K P_{kA} \cos(k\psi_A) \cos(k\Omega t) + \sum_{k=1}^K P_{kA} \sin(k\psi_A) \sin(k\Omega t) + \right. \\
 + \sum_{k=1}^K P_{kB} \cos(k\psi_B) \cos(k\Omega t) + \sum_{k=1}^K P_{kB} \sin(k\psi_B) \sin(k\Omega t) + \\
 \left. + \sum_{k=1}^K P_{kC} \cos(k\psi_C) \cos(k\Omega t) + \sum_{k=1}^K P_{kC} \sin(k\psi_C) \sin(k\Omega t) \right)$$

или

$$p_{\Sigma}(t) = \frac{1}{2} \left(\sum_{k=1}^K (P_{kA} \cos(k\psi_A) + P_{kB} \cos(k\psi_B) + P_{kC} \cos(k\psi_C)) \cos(k\Omega t) + \right. \\
 \left. + \sum_{k=1}^K (P_{kA} \sin(k\psi_A) + P_{kB} \sin(k\psi_B) + P_{kC} \sin(k\psi_C)) \sin(k\Omega t) \right).$$

Значения косинусных и синусных составляющих мгновенной мощности трехфазной симметричной несинусоидальной системы приведены в табл. 3.

Таким образом, в сигнале мгновенной мощности трехфазной несинусоидальной системы с различными амплитудами составляющих напряжения и тока кроме гармоник, кратных шести, появляются гармоники с четными номерами, величина которых зависит от первоначального угла сдвига фаз напряжения фазы А. Следует также отметить, что для рассмотренного случая в сигнале мгновенной мощности появляются также и синусные составляющие.

Рассмотрим еще один частным случаем, когда трехфазная несинусоидальная система имеет одинаковые значения амплитуд гармоник напряжения и тока, но с разными углами сдвига фаз. При этом можно принять, что гармонический состав мгновенной мощности по фазам одинаковый $k = k_A = k_B = k_C = 1..K$.

Выражение для мгновенной мощности трехфазной системы имеет вид:

$$p_{\Sigma}(t) = \frac{1}{2} \left(\sum_{k=1}^K P_{kA} \cos(k\psi_A) \cos(k\Omega t) + \sum_{k=1}^K P_{kA} \sin(k\psi_A) \sin(k\Omega t) + \right. \\
 + \sum_{k=1}^K P_{kB} \cos(k\psi_B) \cos(k\Omega t) + \sum_{k=1}^K P_{kB} \sin(k\psi_B) \sin(k\Omega t) + \\
 \left. + \sum_{k=1}^K P_{kC} \cos(k\psi_C) \cos(k\Omega t) + \sum_{k=1}^K P_{kC} \sin(k\psi_C) \sin(k\Omega t) \right)$$

или

$$p_{\Sigma}(t) = \frac{1}{2} \left(\sum_{k=1}^K P_k (\cos(k\psi_A) + \cos(k\psi_B) + \cos(k\psi_C)) \cos(k\Omega t) + \right. \\
 \left. + \sum_{k=1}^K P_k (\sin(k\psi_A) + \sin(k\psi_B) + \sin(k\psi_C)) \sin(k\Omega t) \right).$$

Таблиця 3 – Значення косинусних і синусних складових миттєвої потужності

№ гармоніки k	$\sum_{k=1}^K (P_{kA} \cos(k\psi_A) + P_{kB} \cos(k\psi_B) + P_{kC} \cos(k\psi_C))$	$\sum_{k=1}^K (P_{kA} \sin(k\psi_A) + P_{kB} \sin(k\psi_B) + P_{kC} \sin(k\psi_C))$
0	$\sum_{k=1}^K (P_{kA} + P_{kB} + P_{kC})$	0
2	$\sum_{k=1}^K (P_{kA} - \frac{1}{2}P_{kB} - \frac{1}{2}P_{kC}) \cos(k\Omega t)$	$\sum_{k=1}^K (\frac{\sqrt{3}}{2}P_{kC} - \frac{\sqrt{3}}{2}P_{kB}) \sin(k\Omega t)$
4	$\sum_{k=1}^K (P_{kA} - \frac{1}{2}P_{kB} - \frac{1}{2}P_{kC}) \cos(k\Omega t)$	$\sum_{k=1}^K (\frac{\sqrt{3}}{2}P_{kB} - \frac{\sqrt{3}}{2}P_{kC}) \sin(k\Omega t)$
6	$\sum_{k=1}^K (P_{kA} + P_{kB} + P_{kC}) \cos(k\Omega t)$	0
8	$\sum_{k=1}^K (P_{kA} - \frac{1}{2}P_{kB} - \frac{1}{2}P_{kC}) \cos(k\Omega t)$	$\sum_{k=1}^K (\frac{\sqrt{3}}{2}P_{kC} - \frac{\sqrt{3}}{2}P_{kB}) \sin(k\Omega t)$
10	$\sum_{k=1}^K (P_{kA} - \frac{1}{2}P_{kB} - \frac{1}{2}P_{kC}) \cos(k\Omega t)$	$\sum_{k=1}^K (\frac{\sqrt{3}}{2}P_{kB} - \frac{\sqrt{3}}{2}P_{kC}) \sin(k\Omega t)$
12	$\sum_{k=1}^K (P_{kA} + P_{kB} + P_{kC}) \cos(k\Omega t)$	0

Значення косинусних і синусних складових миттєвої потужності трифазної симетричної несинусоїдальної системи приведені в табл. 4.

Таблиця 4 – Значення косинусних і синусних складових миттєвої потужності

№ гармоніки k	$\sum_{k=1}^K P_k (\cos(k\psi_A) + \cos(k\psi_B) + \cos(k\psi_C))$	$\sum_{k=1}^K P_k (\sin(k\psi_A) + \sin(k\psi_B) + \sin(k\psi_C))$
0	$\sum_{k=1}^K (P_{kA} + P_{kB} + P_{kC})$	0
k	$\sum_{k=1}^K P_k (\cos(k\psi_A) + \cos(k\psi_B) + \cos(k\psi_C)) \cos(k\Omega t)$	$\sum_{k=1}^K P_k (\sin(k\psi_A) + \sin(k\psi_B) + \sin(k\psi_C)) \sin(k\Omega t)$

В відповідності з вищеизложеним, вираження для миттєвої потужності трифазної несинусоїдальної несиметричної системи примет вид:

$$\begin{aligned}
 p_{\Sigma}(t) = & \frac{1}{2} \left(\sum_{k=1}^K P_{kA} \cos(k\psi_A) \cos(k\Omega t) + \sum_{k=1}^K P_{kA} \sin(k\psi_A) \sin(k\Omega t) + \right. \\
 & + \sum_{k=1}^K P_{kB} \cos(k\psi_B) \cos(k\Omega t) + \sum_{k=1}^K P_{kB} \sin(k\psi_B) \sin(k\Omega t) + \\
 & \left. + \sum_{k=1}^K P_{kC} \cos(k\psi_C) \cos(k\Omega t) + \sum_{k=1}^K P_{kC} \sin(k\psi_C) \sin(k\Omega t) \right)
 \end{aligned}$$

или

$$P_{\Sigma}(t) = \frac{1}{2} \left(\sum_{k=1}^K (P_{kA} \cos(k\psi_A) + P_{kB} \cos(k\psi_B) + P_{kC} \cos(k\psi_C)) \cos(k\Omega t) + \sum_{k=1}^K (P_{kA} \sin(k\psi_A) + P_{kB} \sin(k\psi_B) + P_{kC} \sin(k\psi_C)) \sin(k\Omega t) \right).$$

Для підтвердження отриманих висновків використаємо математическу модель асинхронного двигача і визначимо гармонічний склад мгновної потужності при різних гармоніках напруги живлення. При отриманні гармонічного спектра в сигналі мгновної потужності обмежимося сьомьма гармоніками. Для дослідження прийят АД серії 4АП100L4У3 з номінальною потужністю 4 кВт. С використанням математическої моделі асинхронного двигача в трьохфазній системі координат отримані криві напруги, тока і мгновної потужності для кожної з фаз (табл. 5).

Таблиця 5 – Значення параметрів джерела полігармонічного напруги

№ гармоніки	Значення параметрів джерела полігармонічного напруги																	
	для симетричної системи						для системи с різними амплітудами напруг по фазам						для системи с різними фазами напруг					
	напруга, В			фази, рад			напруга, В			фази, рад			напруга, В			фази, рад		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C
1	220	220	220	0	2π/3	-2π/3	220	308	165	0	2π/3	-2π/3	220	220	220	0	2π/3	-2π/3
3	132	132	132	0	3·2π/3	-3·2π/3	132	184,4	99	0	3·2π/3	-3·2π/3	132	132	132	0	4·2π/3	-3·2π/3
5	66	66	66	0	5·2π/3	-5·2π/3	66	92	50	0	5·2π/3	-5·2π/3	66	66	66	0	7·2π/3	-6·2π/3
7	22	22	22	0	7·2π/3	-7·2π/3	22	31	16,5	0	7·2π/3	-7·2π/3	22	22	22	0	9·2π/3	-8·2π/3

Значення сигналів складових мгновної потужності по фазам приведені в табл. 6.

Таблиця 6 – Гармонічний склад сумарної мгновної потужності трьохфазної симетричної системи

Номер гармоніки	Величина складової мгновної потужності, ВА		
	для симетричної системи	для системи с різними амплітудами напруг по фазам	для системи с різними фазами напруг
0	300,421	5320	6413
1	1,556	98,506	44,515
2	2,677	10421	2409
3	2,311	8,18	57,831
4	5,362	5422	3190
5	5,198	84,361	75,427
6	1764	2941	410,656

ВЫВОДЫ. В ходе проведённых исследований были получены следующие результаты:

- мгновенная мощность трехфазной системы определяется суммой мощностей по каждой из фаз АД;
- сигнал мгновенной мощности включает кроме постоянной составляющей знакопеременные составляющие, которые можно разделить на канонические и неканонические;
- при полигармоническом характере сигналов тока и напряжения появляется 6-я (и кратные ей, в случае наличия высших гармоник) гармоника сигнала суммарной мощности трёхфазной системы;
- при наличии фазной несимметрии сигналов токов или напряжений в сигнале мгновенной мощности появляется 2-я гармоника и кратные ей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Родькин Д.И. Декомпозиция составляющих мощности полигармонических сигналов // *Электротехника*. – 2003. – № 6. – С. 34–37.
2. Родькин Д.И., Ромашихин Ю.В. Возможности и эффективность метода энергодиагностики в идентификационных задачах // XIV міжнар. наук.-техн. конф. “Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика”. Сборник научных трудов Днепродзержинского государственного технического университета. – Днепродзержинск: ДГТУ. – 2007. – С. 507–512.
3. Родькин Д.И., Калинов А.П., Ромашихин Ю.В. Эффективность метода энергодиагностики параметров двигателей переменного тока // *Электроприводы переменного тока: Труды международной XIV научно-технической конференции*. – Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ–УПИ. – 2007. – С. 273–278.
4. Ромашихин Ю.В., Родькин Д.И., Калинов А.П. Энергетический метод идентификации параметров асинхронных двигателей // *Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету ім. М. Остроградського*. – Кременчук: Кременчуцький державний політехнічний університет ім. М. Остроградського. – 2007. – № 3/2007 (44). – С. 130–136.
5. Родькин Д.И., Ромашихин Ю.В. Мгновенная мощность нелинейных элементов электрической цепи // XIV міжнар. наук.-техн. конф. “Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика”. Сборник научных трудов Днепродзержинского государственного технического университета. – Днепродзержинск: ДГТУ. – 2007. – С. 501–506.
6. Родькин Д.И., Калинов А.П., Ромашихин Ю.В. Развитие частотных методов оценки параметров двигателей переменного тока // *Вісник КДПУ*. – Кременчук: Кременчуцький державний політехнічний університет. – 2005. – № 3/2005 (33). – С. 43–47.
7. Родькин Д.И., Бялобржеский А.В., Ломонос А.И. Показатели энергопроцессов в сети с полигармоническими напряжениями и токами // *Электротехника*. – 2004. – № 6. – С. 37–42.
8. Родькин Д.И. Особенности анализа энергопроцессов в цепях с полигармоническим током и напряжением // *Проблемы создания новых машин и технологий: Науч. труды КГПИ*. – 2002. – Вып. 2, ч. 1. – С. 2–18.
9. Родькін Д.Й. Миттєва потужність трифазного двигунного навантаження з полігармонічними напругою та струмом // *Електроінформ*. – 2007. – № 4. – С. 10–13.
10. Родькин Д.И., Резник Д.В., Ведмидь Д.С., Шлык В.А. Экспериментальное определение показателей энергопроцессов по параметрам мгновенной мощности // *Вісник КДПУ*. – Кременчук: Кременчуцький державний політехнічний університет. – 2004. – № 3. – С. 140–146.

11. Калинов А.П., Лейко В.В., Родькин Д.И. Спектральный анализ мгновенной мощности в сети с полигармоническим напряжением и током // Вісник КДПУ. – Кременчук: Кременчуцький державний політехнічний університет. – 2006. – № 3/2006 (38), част. 2. – С. 59–72.
12. Зевеке Г.В. и др. Основы теории цепей. – М.: Энергия, 1975. – 752 с.
13. Тонкаль В.Е., Новосельцев А.В., Денисюк С.П. и др. Баланс энергий в силовых цепях. – Киев: Наукова думка, 1992. – 312 с.
14. Жемеров Г.Г., Тугай Д.В. Мгновенные и средние активные и реактивные мощности в линейных цепях с синусоидальными напряжениями // Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2004. – № 43. – С. 153–160.
15. Жемеров Г.Г., Крылов Д.С., Тугай Д.В. Система составляющих полной мощности и энергетических коэффициентов на основе р-q-г теории мощности // Технічна електродинаміка, тематичний випуск. Проблеми сучасної електротехніки. – 2004, част. 1. – С. 69–74.
16. Родькин Д.И., Закасов В.В., Ромашихин Ю.В. Преобразование мощности в источниках полигармонического питания // Вісник КДПУ. Зб. наук. праць КДПУ. – Кременчук: КДПУ, 2004. – Вип. 3/2004 (26). – С. 191–200.

INSTANTANEOUS POWER THREE-PHASE AC LINE

D. Rodkin, Yu. Romashykhin

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University

ul. Pervomayskaya, 20, Kremenchug, 39600, Ukraine. E-mail: Romashihin_yuriy@mail.ru

The features of the components forming the instantaneous power of three-phase system. It is proved that in a symmetrical three-phase system in the signal instantaneous power than DC power harmonics of multiples of six. The efficiency of the components of instantaneous power in the analysis energoprotsesov a three-phase network.

Key words: instantaneous power, three-phase electric motor.

REFERENCES

1. Rodkin D.I. Decomposition of the polyharmonic signals power components // *Elektrotehnika*. – 2003. – № 6. – PP. 34–37. [in Russian]
2. Rodkin D.I., Romashykhin Yu.V. The scope and efficiency of the energodiagnostiks method for identification tasks // *Special issue "Problems of automated electric. Theory and practice"*. – Dniprodzerginsk, 2007. – PP. 507–512. [in Russian]
3. Rodkin D.I., Kalinov A.P., Romashykhin Yu.V. The effectiveness of the energodiagnostiks parameters method of AC motors // *Electroprivody peremennogo toka*. – Ekaterinburg: GOU VPO UGTU-UPI. – 2007. – PP. 273–278. [in Russian]
4. Romashykhin Yu.V., Rodkin D.I., Kalinov A.P. The energy method for identification of induction motors parameters // *Bulletin KSPU*. – Kremenchuk: Kremenchuk State Polytechnic University, 2007. – № 3 (44). – PP. 130–136. [in Russian]
5. Rodkin D.I., Romashykhin Yu.V. The instantaneous power of non-linear circuit elements // *Special issue "Problems of automated electric. Theory and practice"*. – Dniprodzerginsk, 2007. – PP. 501–506. [in Russian]
6. Rodkin D.I., Kalinov A.P., Romashykhin Yu.V. The development of methods for estimating the parameters of frequency alternating current motors // *Bulletin KSPU*. – Kremenchuk: Kremenchuk State Polytechnic University, 2005. – № 3 (33). – PP. 43–47. [in Russian]
7. Rodkin D.I., Byalobrgeskiy A.V., Lomonos A.I. Indicators energoprotsesov online with polyharmonic voltages and currents // *Elektrotehnika*. – 2004. – № 6. – PP. 37–42. [in Russian]
8. Rodkin D.I. Features of the analysis energoprotsesov in circuits with polyharmonic

current and voltage // *Bulletin KSPU*. – Kremenchuk: Kremenchuk State Polytechnic University, 2002. – № 2. – PP. 2–18. [in Russian]

9. Rodkin D.I. Instantaneous three-phase power load from poliharmoniynomy of motor voltage and current // *Elektroinform*. – 2007. – № 4. – PP. 10–13. [in Ukrainian]

10. Rodkin D.I., Reznik D.V., Vedmid D.S., Shlyk V.A. Experimental determination of the parameters of indicators energoprotsessov instantaneous power // *Bulletin KSPU*. – Kremenchuk: Kremenchuk State Polytechnic University, 2004. – № 3. – PP. 140–146. [in Russian]

11. Kalinov A.P., Layko V.V., Rodkin D.I. Spectral analysis of instantaneous power in the network with polyharmonic voltage and current // *Bulletin KSPU*. – Kremenchuk: Kremenchuk State Polytechnic University, 2006. – № 3 (38), part 2. – PP. 59–72. [in Russian]

12. Zeveke G.V. *Basics of circuit theory*. – M.: Energiya, 1975. – 752 p. [in Russian]

13. Tonkal V.E., Novoselcev A.V., Denisyuk S.P. *The energy balance in power circuits*. – Kyev: Naukova dumka, 1992. – 312 p. [in Russian]

14. Gemerov G.G., Tugai D.V. Instantaneous and average active and reactive power in linear circuits with sinusoidal voltages // *Special issue "Problems of automated electric. Theory and practice"*. – Harkov, 2004. – PP. 153–160. [in Russian]

15. Gemerov G.G., Krulov D.S., Tugai D.V. The system components of the full power and energy coefficients based on p-q-r theory of power // *Tehnichna electrodinamika*. – 2004, part 1. – PP. 69–74. [in Russian]

16. Rodkin D.I., Zakvasov V.V., Romashykhin Yu.V. Power conversion in the sources of poly-harmonic power // *Bulletin KSPU*. – Kremenchuk: Kremenchuk State Polytechnic University, 2004. – № 3 (26). – PP. 191–200. [in Russian]



Родькин Дмитрий Иосифович,
д. техн. н., профессор,
заведующий кафедрой «Системы автоматического управления и электропривод» КрНУ,
ул. Первомайская, 20, г. Кременчуг, 39600, Украина.
Тел. (05366) 3-11-47.
E-mail: saue@kdu.edu.ua



Ромашихин Юрий Владимирович,
к. техн. н.,
ассистент кафедры «Системы автоматического управления и электропривод» КрНУ,
ул. Первомайская, 20, г. Кременчуг, 39600, Украина.
Тел. (05366) 3-11-47.
E-mail: Romashihin_yuriy@mail.ru

Стаття надійшла 25.06.2013
Рекомендовано до друку
д.техн.н., проф. Чорний О.П.