ISSN 2307-9770. Engineering and Educational Technologies, 2022, 10 (2), 27–36.

DOI https://doi.org/10.30929/2307-9770.2022.10.02.03
UDC 378:881.111.1

Optimization of the structure of test tasks for online training courses based on a probabilistic model

Sydorenko V.*, Sadovnicha S., Doludarieva E.

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University, Kremechuk, Ukraine
Kremenchug Lyceum №11 «Harant», Kremechuk, Ukraine

Received: *10.06.2022* ***Accepted***: *24.06.2022*

Abstract. The authors consider the question of substantiation of quantitative parameters of test tasks: the number of questions in the test, the number of test questions of a certain type, the number of answer options in the test task in terms of minimizing the probability of passing the test by random guessing correct answers. The obtained probability models based on the classical definition of probability involving the Bernoulli scheme and the hypergeometric distribution allow to solve the so-called direct and inverse problems. The direct task is to assess the probability of complete or partial passing the test by the method of random guessing of answers. The reverse one is in determining the minimum values of the above quantitative test parameters in terms of minimizing the probability of passing the test by guessing the correct answers. The study showed that the creation of tests with a large number of questions in terms of reducing the likelihood of passing it by guessing the correct answers is not appropriate, because it is enough, for example, to contain mixed questions in equal proportions totaling no more than ten, as at the level of individual topics and in the final tests. This approach makes it possible to significantly save the resource of the database of test questions and use it optimally. It should be noted that to build the model, the authors relied on the probabilistic approach, which is based on the deductive paradigm, and not on simulation, which is based on the inductive approach, which allowed to obtain accurate rather than approximate estimates of model parameters. The proposed models do not cover all existing types of test tasks, but the idea embedded in them can be developed for other, more complex, cases.
Key words: probabilistic model, deductive approach, optimization of test tasks structure, distance learning.

Оптимізація структури тестових завдань навчальних онлайн-курсів на основі ймовірнісної моделі

Сидоренко В. М., Садовнича С. А., Долударєва Є. В.

Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського, Кременчук, Україна
Кременчуцький Ліцей №11 «Гарант», Кременчук, Україна

Анотація. Авторами розглянуто питання обґрунтування кількісних параметрів тестових завдань: кількості запитань у тесті, кількості тестових запитань певного типу, кількості варіантів відповідей у тестовому завданні з точки зору мінімізації ймовірності проходження тесту шляхом випадкового вгадування правильних відповідей. Отримані ймовірнісні моделі на базі класичного визначення ймовірності із залученням схеми Бернуллі та гіпергеометричного розподілу дозволяють розв'язати так звані пряму і зворотну задачі. Пряма задача полягає в оцінці ймовірності повного чи часткового проходження тесту за методикою випадкового вгадування відповідей. Зворотна – у визначенні мінімальних значень вищезазначених кількісних параметрів тесту з точки зору мінімізації ймовірності проходження тесту шляхом вгадування правильних відповідей. Дослідження показало, що створення тестів з великою кількістю запитань з точки зору зниження ймовірності проходження його шляхом вгадування правильних відповідей не є доцільним, оскільки цілком достатньо, наприклад, щоб він містив запитання змішаного типу у рівній пропорції загальною кількістю не більше десяти, як на рівні окремих тем, так і в рамках підсумкових тестів. Такий підхід дає можливість суттєво зекономити ресурс бази тестових запитань і використовувати його оптимально. Слід зазначити, що для побудови моделі автори спиралися на ймовірнісній підхід, в основі якого лежить дедуктивна парадигма, а не на імітаційне моделювання, в основі якого лежить індуктивна парадигма, що дало можливість отримати точні, а не

*
Corresponding Author: Sydorenko Valeriy Mykolajovych, Phone: +380976874999. E-mail: vnsidorenko@gmail.com
Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University, Street Pershotravneva, 20, Kremenchuk, 39600, Ukraine.
Відповідальний автор: Сидоренко В. М., Тел. +380976874999. E-mail: vnsidorenko@gmail.com
Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського,
вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, 39600, Україна.

наближені оцінки параметрів моделі. Запропоновані моделі не охоплюють всі існуючі типи тестових завдань, але закладена в них ідея може бути розвинута на інші, більш складні, випадки.
Ключові слова: ймовірнісна модель, дедуктивний підхід, оптимізація структури тестових завдань, дистанційне навчання.

I Вступ

Контроль знань студентів шляхом проведення тестування наразі є стандартом де-факто у навчальних закладах всіх рівнів як в Україні, так і за кордоном. По-перше, поряд з певними недоліками такого підходу, слід відзначити три очевидні його переваги: по-перше, можливість максимально виключити суб'єктивний чинник викладача при проведенні оцінювання, по-друге, можливість повної автоматизації процесу оцінювання із застосуванням сучасних інформаційних технологій і, по-третє, можливість масштабування процесу навчання на велику кількість студентів (сотні, тисячі) з використанням освітніх онлайн-платформ.

З урахуванням того, що, починаючи з 2020 року значна частина освітнього процесу стала здійснюватися у дистанційній онлайн-формі з причини пандемії, викликаної COVID-19, і наразі у зв'язку з військовими діями в Україні, проблема контролю знань методом онлайн-тестування вийшла на передній план.

Питання якості при створенні тестових завдань, зокрема, їх валідності, надійності, об'єктивності та ефективності досліджуються давно [1] і наразі зведені на рівень методичних рекомендацій [2].

Безперервний розвиток інформаційно-комунікаційних технологій в онлайн-навчанні суттєво розширив спектр можливостей в частині інтерактивності як в процесі навчання, так і в частині складання різного роду інтерактивних тестів з елементами віртуалізації [3] та доповненої реальності [4], що особливо актуально в циклі підготовки інженерів технічних спеціальностей [5]. Відомі також підходи до оцінки окремих елементів процесу навчання наприклад, лабораторного практикуму та його ефективності [6]. Авторами [5, 7] запропоновані підходи для оцінки і візуалізації глибини компетентностей у процесі підготовки інженерів. Відомі роботи [5, 8, 9], де робиться спроба моделювати динаміку ступеня навченості фахівця на основі оцінок тестових завдань і т. п.

Авторами цієї роботи здійснюється спроба подивитися на проблему під іншим кутом: обґрунтувати не якісні, а кількісні параметри структури тестового завдання з урахуванням типу тестових завдань з метою, в першу чергу, мінімізації ймовірності випадкового вгадування правильних відповідей і проходження тесту.

Дедуктивний апарат теорії ймовірностей дає можливість, відштовхнувшись від відомої структури тесту, побудувати аналітичну модель ймовірності випадкового вгадування студентом окремих завдань і, в кінцевому рахунку, оцінити ймовірність випадкового проходження всього тесту як функції параметрів, що задають структуру тестового завдання: кількості варіантів відповіді у тесті, кількості тестових запитань та долі завдань певного типу.

Після цього можна говорити про зворотну задачу, суть якої полягає у відповіді на питання: яку структуру мінімальної складності повинно мати тестове завдання, щоби ймовірність успішного проходження тесту при використанні студентом методики простого вгадування була мінімальною?

Мета роботи: зменшення ймовірності успішного проходження тесту, якщо учень обирає відповіді методом випадкового вгадування, шляхом оптимізації структури тестових завдань навчальних онлайн-курсів на основі ймовірнісної моделі.

II Матеріал і методи дослідження

Аналіз педагогіко-дидактичної літератури показав, що існує певне різноманіття видів тестових завдань [2]. Автори ставили задачу розробити концептуальну ймовірнісну модель, відштовхнувшись від тестових завдань закритої форми. Серед них виокремлюють: питання, у яких потрібно обрати одну правильну відповідь; питання, у яких потрібно обрати декілька правильних варіантів відповіді та завдання на встановлення відповідностей. Автори обрали для розгляду саме цей тип завдань, ґрунтуючись виключно на їх найбільшій поширеності на практиці.

Виходячи з цього, було введено наступні параметри стандартного тесту:

– n – кількість запитань у тесті;

– n_1 – кількість тестових запитань з однією правильною відповіддю;
– n_2 – кількість тестових запитань з декількома правильними відповідями;
– n_3 – кількість тестових запитань на встановлення відповідностей.

Наразі рідко можна зустріти тест, який складається лише з одного виду тестового завдання, здебільшого їх міксують, щоб отримати найбільш валідний тест. Тому автори вважали, що в загальному випадку тест містить завдання трьох вищеозначених типів, тобто,

$$n = n_1 + n_2 + n_3. \tag{1}$$

При цьому має сенс розгляд окремих випадків.

Як зазначалося вище, для побудови ймовірнісної модель було обрано дедуктивний підхід, що в силу низки припущень дозволяє отримати точні значення ймовірностей. У той же час модель може бути отримана і індуктивним шляхом з використанням методів імітаційного моделювання, що лише ускладню процедуру і надає можливість отримати лише статистичні оцінки параметрів статистичної моделі.

III Результати

Ймовірнісна модель для тестів з однією правильною відповіддю.

Розглянемо перший окремий випадок: тест містить однотипні тестові завдання з однією правильною відповіддю.

У цьому випадку, згідно з (1) $n = n_1$, тест складається із запитань, у кожному з яких k_1 варіантів відповіді і серед яких лише один буде правильним. Таким чином можемо за класичним визначенням ймовірності [10] розрахувати ймовірність вгадування правильної відповіді в одному запитанні $p_1 = \frac{1}{k_1}$. Додамо ще три параметри: b_1 – кількість балів за одну правильну відповідь із n_1 запитань; k – кількість запитань з тесту, на які студент випадково відповів правильно; m_1 – кількість правильних відповідей, яка є пороговою для здачі іспиту.

Вищевказані припущення дають можливість сформулювати ряд запитань:

1. Чому дорівнює ймовірність дати правильні відповіді на всі тестові запитання, якщо їх вибирати випадковим чином: $p_{n_1}(n_1)$ – ?

2. Чому дорівнює ймовірність вгадати хоча б одну правильну відповідь в тесті: $p_{n_1}(0 < k < n_1)$ – ?

3. Чому дорівнює ймовірність випадкового проходження тесту, перетнувши пороговий бал: $p_{n_1}(k \geq m_1) = p_{n_1}(m_1 \leq k \leq n_1)$ – ?. Тут m_1 – порогова кількість правильних відповідей.

Знайдемо розв'язок першої задачі. Для отримання максимального балу студент повинен обрати всі правильні відповіді. Оскільки в одному запитанні правильним є лише один варіант з k_1, то ймовірність вгадування одного завдання з тесту за класичним визначенням буде дорівнювати $p_1 = \frac{1}{k_1}$. Таких завдань у тесті n_1, на кожне студент має відповісти правильно, а отже, за теоремою добутку шукана ймовірність дорівнюватиме

$$p_{n_1}(n_1) = \left(\frac{1}{k_1}\right)^{n_1}. \tag{2}$$

Розв'язок прямої задачі (2) дає можливість розв'язати зворотну задачу.

Для того, щоб тест вважався надійним з точки зору випадкового проходження, цілком достатньо, наприклад, щоби ця ймовірність не перевищувала 5%, тоді зворотна задача полягає у знаходженні параметрів тесту n_1, k_1 з наступної умови:

$$p_{n_1}(n_1) = \left(\frac{1}{k_1}\right)^{n_1} < 0{,}05. \quad (3)$$

Дослідимо при яких найменших натуральних значеннях параметрів n_1 та k_1 буде виконуватись задана нерівність. Після підстановки $n_1 = 3,\ k_1 = 3$ й округлення до тисячних, матимемо: $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = 0{,}037;\ 0{,}037 < 0{,}05.$

Отже, можна зробити висновок: щоб тест вважався надійним, цілком достатньо, щоб він містив всього три запитання з трьома варіантами відповіді в кожному.

Зазвичай ми можемо побачити тести, які складаються з десяти питань з якнайменше чотирма варіантами відповіді. За формулою (3) можна легко знайти ймовірність вгадування всіх правильних відповідей у всіх тестових запитаннях: $p_{n_1}(n_1) = \left(\frac{1}{k_1}\right)^{n_1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{10} \approx 9{,}54 \cdot 10^{-7}$. Тобто, менше одного шансу на мільйон.

Знайдемо розв'язок другої задачі. Подія, яка полягає в тому, що студент вгадав хоча б одну правильну відповідь в тесті, буде протилежною до події, коли він не вгадав жодної. Знайдемо ймовірність того, що студент не вгадує жодної правильної відповіді.

Кількість сприятливих випадків – це всі варіанти відповіді в одному завданні без правильного, тобто, $k_1 - 1$. За класичним визначенням ймовірність того, що студент припустився помилки при відповіді на одне запитання складає: $\left(\frac{k_1-1}{k_1}\right)$. Отже, ймовірність того, що студент не вгадав жодної правильної відповіді в тесті дорівнює $p_{n_1}(0) = \left(\frac{k_1-1}{k_1}\right)^{n_1-k}$, де k – кількість запитань у тесті, на які студент випадково вгадав правильні відповіді. Тож ймовірність того, що студент відповів хоча б на одне запитання правильно знаходиться із співвідношення:

$$p_{n_1}(0 < k < n_1) = 1 - p_{n_1}(0) = 1 - \left(\frac{k_1-1}{k_1}\right)^{n_1-k}. \quad (4)$$

Знайдемо розв'язок третьої задачі. Зазвичай існує порогова кількість правильних відповідей m_1, перетин якої означає проходження тесту. Знайдемо ймовірність випадкового перетину порогового балу.

Ймовірність того, що студент обере навмання правильну відповідь серед k запитань можна обчислити за допомогою формули Бернуллі [10]:

$$p_{n_1}(k) = C_{n_1}^k p_1^k q^{n-k}, \quad (5)$$

де p_1 – ймовірність вгадати правильну відповідь в одному завданні, відповідно q – вгадати неправильну. Оскільки $m_1 \le k \le n_1$, то за теоремою додавання ймовірностей ймовірність випадково перетнути пороговий бал дорівнюватиме

$$p_{n_1}(m_1 \le k \le n_1) = \sum_{k=m_1}^{n_1} C_{n_1}^k p_1^k q^{n-k}. \quad (6)$$

Таким чином, перша задача для простого тесту може бути розв'язана в рамках схеми Бернуллі і класичного визначення ймовірностей.

Розвинемо цю ідею на більш складний випадок: побудуємо ймовірнісну модель для тесту з декількома правильними відповідями.

Ймовірнісна модель для тестів з декількома правильними відповідями.

Розглянемо другий окремий випадок: тест містить однотипні тестові завдання з декількома правильними відповідями.

У цьому випадку, згідно з (1) $n = n_2$, тест складається із запитань, у кожному з яких k_2 варіантів відповіді і серед яких l_2 будуть правильними. Також важливою умовою є те, що вгадуючи відповідь студент знає, що кількість правильних варіантів у кожному питанні – l_2. Особливу увагу в такому виді тесту потрібно приділити розбаловці. Припустимо, що за вгадування всіх правильних варіантів студент отримує 1 бал. Якщо він припускається хоча б однієї помилки, то отримує 0 балів. І залишається третій варіант, коли студент не робить жодної помилки, але й не вгадує всі правильні відповіді, таким чином він навмання обирає менше, ніж l_2, за що отримує 0,5 балів.

Вищевказані припущення дають можливість сформулювати ряд запитань:

1. Чому дорівнює ймовірність того, що студент вгадає всі правильні варіанти?
2. Чому дорівнює ймовірність того, що студент припуститься хоча б однієї помилки?
3. Чому дорівнює ймовірність того, що під час вгадування правильної відповіді студент не припуститься помилок?

Знайдемо відповідь на перше питання. Нехай студент повинен вибрати з k_2 варіантів l_2 правильних. Це можна зробити $C_{k_2}^{l_2}$ способами, а кількість сприятливих шансів дорівнює $C_{l_2}^{l_2} \cdot C_{k_2-l_2}^{0}$. Згідно з класичним визначенням ймовірності ймовірність того, що студентом буде вгадано всі правильні відповіді:

$$p_{n_2} = \left(\frac{C_{l_2}^{l_2} \cdot C_{k_2-l_2}^{0}}{C_{k_2}^{l_2}}\right)^{n_2} = \left(\frac{l_2! \cdot (k_2-l_2)!}{k_2!}\right)^{n_2}. \quad (7)$$

Як і в тесті першого типу нам потрібно перевірити, при яких найменших натуральних значеннях параметрів k_2, l_2 та n_2 тест можна вважати надійним, для чого потрібно записати наступну умову:

$$p_{n_2} = \left(\frac{C_{l_2}^{l_2} \cdot C_{k_2-l_2}^{0}}{C_{k_2}^{l_2}}\right)^{n_2} = \left(\frac{l_2! \cdot (k_2-l_2)!}{k_2!}\right)^{n_2} < 0{,}05. \quad (8)$$

Найменші натуральні значення параметрів, за яких виконується умова (8), дорівнюють: k_2=6; l_2=3 та $n_2 = 3$, підставивши ці значення у формулу ймовірності й округливши результат до тисячних, матимемо: $p_{n_2} = \left(\frac{l_2! \cdot (k_2-l_2)!}{k_2!}\right)^{n_2} = \left(\frac{3! \cdot (6-3)!}{6!}\right)^{3} = 0{,}000125.$

Відповідь на це питання можна отримати й іншим шляхом, маючі задані параметри:

1) Маємо 6 відповідей, 3 з яких правильні. Ймовірність вгадати правильний варіант в одному запитанні за класичним визначенням дорівнює $\frac{3}{6} = 0{,}5$.

2) Наступним кроком у нас залишилось 5 варіантів відповіді, 2 з яких правильні. Ймовірність обрати правильну відповідь дорівнює $\frac{2}{5} = 0{,}4$.

3) У випадку, якщо студенту вдалося вгадати перші дві правильні відповіді, залишається 4 варіанти відповіді, один з яких правильний. Ймовірність обрати саме його дорівнює $\frac{1}{4} = 0{,}25$.

4) Таким чином будемо мати три події з ймовірностями $0{,}5;\ 0{,}4;\ 0{,}25$ відповідно. Ймовірність того, що всі вони відбудуться, дорівнює добутку їх ймовірностей: $0{,}5 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}25 = 0.05$. Тобто ймовірність правильно вгадати одне запитання дорівнює $0{,}05$. Тоді ймовірність вгадати правильні відповіді на три такі запитання дорівнює $0{,}05^3 = 0{,}000125 < 0{,}05$.

Зазвичай такий тип завдання є лише складовою тесту, але, як ми бачимо з малоймовірності результату, трьох таких тестових запитання було б цілком достатньо і вони могли б використовуватись як самостійний вид контролю знань, наприклад, як тест в межах окремої підтеми.

Знайдемо відповідь на друге питання: чому дорівнює ймовірність того, що студент припуститься хоча б однієї помилки?

Кількість усіх можливих комбінацій, як і в першому випадку, буде дорівнювати $C_{k_2}^{l_2}$, а кількість комбінацій, що сприяють випадковому вгадуванню, буде змінюватися з певною послідовністю. Розглянемо один з можливих варіантів.

Нехай студент вгадує всі правильні відповіді з l_2 , крім однієї $(l_2 - 1)$. Це можна зробити $C_{l_2}^{l_2-1}$ способами і з неправильних варіантів (k_2-l_2) студент добирає ще одну відповідь, яка залишилась. Це можна здійснити $C_{l_2-k_2}^{1}$ способами. Таким чином, ймовірність того, що студент припуститься хоча б однієї помилки, може бути записана як

$$p_{n_2}(0) = \frac{C_{l_2}^{l_2-1} \cdot C_{l_2-k_2}^{1}}{C_{k_2}^{l_2}} + \frac{C_{l_2}^{l_2-2} \cdot C_{l_2-k_2}^{2}}{C_{k_2}^{l_2}} + \ldots + \frac{C_{l_2}^{1} \cdot C_{l_2-k_2}^{l_2-1}}{C_{k_2}^{l_2}}. \tag{9}$$

Знайдемо відповідь на третє питання: чому дорівнює ймовірність того, що під час вгадування правильної відповіді студент не припуститься помилок?

Під час ознайомлення з розбаловкою в таких тестових завданнях можна помітити, що, у разі, коли студент не припускається помилок, він отримує деяку кількість балів, наприклад, $0{,}5$. Але такий варіант буде можливий лише за наступної умови: або обрано всі правильні варіанти, або кількість обраних варіантів менша за l_2 і вони всі правильні. Знайдемо ймовірність того, що студент не припуститься жодної з помилок.

Розглянемо один з випадків, коли обирається менше, ніж l_2 варіантів. Нехай це буде дві відповіді. Тоді кількість шансів, сприятливих вгадуванню, буде дорівнювати $C_{l_2}^{2}$, відповідно кількість усіх можливих шансів обрати відповідь – $C_{k_2}^{2}$. Таким чином, ймовірність того, що студент не припуститься жодної помилки складає:

$$p_{n_2}(0{,}5) = \frac{l_2}{k_2} + \frac{C_{l_2}^{2}}{C_{k_2}^{2}} + \frac{C_{l_2}^{3}}{C_{k_2}^{3}} + \ldots + \frac{C_{l_2}^{l_2-1}}{C_{k_2}^{l_2-1}}. \tag{10}$$

Але такий випадок можливий тільки для студента, який готувався до складання тесту, але не впевнений у собі або щось не довчив. Оскільки студент, який генерує відповіді навмання, з’ясувавши з умови задачі, що кількість правильних відповідей становить l_2, не буде обирати менше, ніж це число.

Таким чином, друга задача для тесту з множинними відповідями може бути розв’язана в рамках гіпергеометричної схеми і класичного визначення ймовірностей.

Нарешті розглянемо останній випадок: побудуємо ймовірнісну модель для тесту з завданнями на відповідність.

Ймовірнісна модель для тестів з завданнями на відповідність.

Розглянемо третій окремий випадок: тест містить однотипні тестові завдання на встановлення відповідності.

У цьому випадку, згідно з (1) $n = n_3$: ми маємо дві колонки, у кожній з яких по l_3 варіантів, і задача зводиться до заходження всіх правильних пар.

Припустимо, що, якщо студент допускає хоча б одну помилку, він отримує 0 балів. Тоді перед нами постає єдине питання: чому дорівнює ймовірність того, що студент навмання правильно знайде всі пари відповідностей? Сприятлива комбінація може бути лише одна, а кількість всіх можливих варіантів за формулою перестановок дорівнюватиме l_3. Тоді за класичним визначенням маємо, що ймовірність вгадати пару в одному запитанні дорівнює $\frac{1}{l_3}$. Оскільки таких запитань у тесті n_3, то ймовірність отримати максимальний бал у разі його проходження за теоремою добутку ймовірностей дорівнюватиме

$$p_{n_3} = \left(\frac{1}{l_3!}\right)^{n_3}. \tag{11}$$

Перевіримо, за яких значень параметрів такий тест можна вважати надійним з точки зору випадкового проходження, відштовхуючись від умови: $p_{n_3} = \left(\frac{1}{l_3!}\right)^{n_3} < 0{,}05$. Нехай l_3=3 та n_3=2, тоді будемо мати: $p_{n_3} = \left(\frac{1}{l_3!}\right)^{n_3} = \left(\frac{1}{l_3!}\right)^2 = 0{,}028$. Тобто, два шанси на сто.

Як видно з малоймовірності результату, навіть двох таких тестових запитань з трьома парами на відповідність було б цілком достатньо в якості, наприклад, тесту в межах окремої підтеми.

Нарешті виконаємо синтез загальної ймовірнісної моделі, об'єднавши всі окремі випадки в один.

Загальна ймовірнісна модель та оптимізація її параметрів.

Оскільки сучасні тести рідко складаються лише з одного виду тестового завдання, доцільно виконати синтез загальної моделі, для якої, згідно з (1): $n = n_1 + n_2 + n_3, n_1 \neq 0,\ n_2 \neq 0, n_3 \neq 0$.

Ймовірність вгадати всі правильні відповіді з такого тесту дорівнює добутку ймовірностей вгадування кожного виду завдання, тоді маємо:

$$P_n = \left(\frac{1}{k_1}\right)^{n_1} \cdot \left(\frac{C_{l_2}^{l_2} \cdot C_{k_2-l_2}^{0}}{C_{k_2}^{l_2}}\right)^{n_2} \cdot \left(\frac{1}{l_3!}\right).^{n_3} \qquad (12)$$

Щоб дати відповідь на запитання, за яких значень параметрів такий тест буде вважатися надійним з точки зору випадкового його проходження, потрібно знайти найменші натуральні значення заданих параметрів, розв'язавши наступну нерівність: $P_n = \left(\frac{1}{k_1}\right)^{n_1} \cdot \left(\frac{C_{l_2}^{l_2} \cdot C_{k_2-l_2}^{0}}{C_{k_2}^{l_2}}\right)^{n_2} \cdot \left(\frac{1}{l_3!}\right).^{n_3} < 0{,}05$.

Можна показати, що за найменших цілих значень $k_1 = 3; k_2 = 5; l_2 = 3; l_3 = 3; n_1 = 1; n_2 = 1$; $n_3 = 1$, будемо мати: $0{,}33 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}17 = 0{,}00561;\ 0{,}00561 < 0{,}05$. Тобто, навіть якщо тестове завдання буде містити всього по одному тестовому запитанню кожного типу, ймовірність випадкового його проходження з набором максимального балу буде дорівнювати п'яти шансам на тисячу.

Отже, синтез ймовірнісних моделей для різних типів тестових завдань та аналіз результатів моделювання на основі цих моделей дозволяє зробити низку важливих висновків. По-перше, найскладніше вгадати тест, який складається із завдань, у яких потрібно обрати декілька варіантів відповіді. Тож, щоб скласти більш надійний тест, потрібно більше використовувати саме таких завдань. По-друге, не раціонально робити тести на велику кількість запитань, оскільки, як показує результат моделювання, для мінімізації ймовірності проходження тесту випадковим чином цілком достатньо, наприклад, якщо він містить змішані запитання у з наступним розподілом: n_1=3, $n_2 = 3$, n_3=2. Також на такий тест буде витрачено менше часу, і, як результат, збережено більше ресурсу.

IV Обговорення

Наразі існує великий науковий і практичний досвід у частині створення тестів і тестових завдань [11]. Беззаперечно, головними аспектами, яким має приділяється увага в обґрунтуванні форми тестових завдань, є надійність і валідність тесту в цілому. Диференціація форм і видів тестових завдань, зокрема, на основі таксономії Блума [12, 13], добре зарекомендували себе в цьому напрямку. Завдяки стрімкому розвитку інформаційних технологій стало можливим ефективно реалізовувати як складні методики оцінювання знань [6], досліджувати ступінь навченості студента в процесі навчання і спостерігати його в динаміці [5, 9], обґрунтовувати оптимальну кількість циклів проходження тестування, так і використовувати адаптивні технології [14, 15].

Однак, в умовах дистанційної форми навчання, коли можливість контролю за студентом мінімізована, або взагалі відсутня, важливим аспектом, на нашу думку, є мінімізація самої можливості проходження тесту шляхом простого вгадування правильних відповідей. Природним розв'язанням цієї проблеми вважається збільшення як кількості запитань у самому тесті, так і збільшення варіантів відповідей у кожному з тестових запитань при складанні тестів. Практика показує, що в таких випадках методика «чим більше, тим надійніше» призводить до необґрунтованого завищення кількості як перших, так і других та стрімкого зменшення ресурсу бази тестових запитань. При наявності можливості здійснення повторних спроб проходження тесту з поданням правильних відповідей, це призводить до ситуації, коли студент (або група студентів) систематизує правильні відповіді і суттєво підвищує ймовірність проходження тесту під час наступних спроб не завдяки рівню своєї підготовки, а завдяки володінню апостеріорною інформацією щодо правильних відповідей.

Беззаперечно, рівень дисципліни, ступінь і сфера підготовки мають велике значення і потребують застосування складних методик контролю навченості, особливо в умовах дистанційної форми навчання, коли доступ до лабораторій неможливий, або обмежений [6, 7]. Це потребує впровадження достатньої кількості практичних завдань, які потребують перевірки. Такий підхід добре виявляє почерк студента і ступінь його підготовки, особливо при застосуванні елемента живого спілкування. Однак як показує особистий досвід авторів при суттєвому зростанні кількості студентів наявність практичних завдань в тестах, або завдань типу «Есе», унеможливлює ефективний зворотний зв'язок зі студентом і потребує залучення додаткових викладачів, що не завжди можливо [13]. Досвід показує, що масштабування освітньої діяльності на онлайн-платформах можливо організувати за рахунок повної автоматизації тестування, шляхом переведення практичних тестових завдань і завдань типу «Есе» в інший формат. Але в цьому випадку збереження ресурсу бази тестових запитань виходить на передній план.

Результати, отримані авторами в цій статті, показують наступне. Засобами класичної теорії ймовірностей можна оцінити ймовірність проходження тесту певної структури шляхом випадкового вгадування, яка виявляється доволі низькою. Запропоновані ймовірнісні моделі дають можливість продемонструвати, що кількість запитань у тесті може бути набагато менше, ніж *психологічно здається* викладачу при складанні тесту, щоби зменшити ймовірність випадкового проходження тесту. У цьому контексті запропонований підхід надає інженерний інструмент для обґрунтування мінімально необхідних кількісних параметрів тесту і дозволяє тим самим, зберегти ресурс бази тестових запитань.

V Висновки

Запропоновані ймовірнісні моделі дозволяють на етапі створення тестових завдань обґрунтувати їх кількісні параметри: кількість запитань у тесті, кількість тестових запитань певного типу, кількість варіантів відповідей у тестовому завданні і розв'язати так звані пряму і зворотну задачі. Пряма задача полягає в оцінці ймовірності повного чи часткового проходження тесту за методикою випадкового вгадування відповідей. Зворотна – у визначенні мінімальних значень кількісних параметрів тесту з точки зору мінімізації ймовірності проходження тесту шляхом вгадування правильних відповідей.

Результати ймовірнісного моделювання показали, по-перше, що найскладніше пройти тест випадковим вгадуванням відповідей, який складається із завдань, у яких потрібно обрати декілька варіантів відповіді. Таким чином використання саме таких типів тестових завдань гарантує мінімальну ймовірність випадкового проходження тесту.

По-друге, дослідження показало, що не є раціональним створення тестів з великою кількістю запитань, оскільки, для мінімізації ймовірності проходження тесту шляхом вгадування цілком достатньо, наприклад, щоб він містив запитання змішаного типу у рівній пропорції загальною кількістю вісім запитань. Такий підхід дає можливість суттєво зекономити ресурс бази тестових запитань.

Запропоновані моделі не охоплюють всі існуючі типи тестових завдань, але закладена в них ідея може бути розвинута на інші, більш складні, випадки.

Бібліографічні посилання

1. Hwang, Dae-Yeop. (2003). Classical Test Theory and Item Response Theory: Analytical and Empirical Comparisons.
2. Мудрук, С. (2014). Практичний посібник для розробки тестових завдань. URL: https://newjustice.org.ua/wp-content/uploads/2018/05/Manual_for_test_writers.pdf (дата звернення 28.06.2022)
3. Chornyi, O.P., Serhiienko, S.A. (2017). A virtual complex with the parametric adjustment to electromechanical system parameters. Institute of Electrodynamics National Academy of Science of Ukraine. Issue No 1, 2019 (January/February) Pages 38 – 41 https://doi.org/10.15407/techned2019.01.038
4. Geroimenko, V. (2020). Augmented reality in Education. A new technology for teaching and learning.. Springer Nature Switzerland AG 2020. DOI:10.1007/978-3-030-42156-4
5. Chornyi O., Herasymenko L. Tytiuk V., Bigdan M., Busher V. Visualisation of the Maturity of Future Electrical Engineers Professional Competencies. Proceedings of the IEEE 20th International Conference on Modern Electrical and Energy System (MEES), MEES 2021 (2021) 254-259. DOI: 10.1109/MEES52427.2021.9598577

6. The analysis of the process of the laboratory practicum fulfillment and the assessment of its efficiency on the basis of the distance function Chornyi, O., Serhiienko, S., Yudyna, A., Sydorenko, V. Proceedings of the International Conference on Modern Electrical and Energy Systems, MEES 2017, 2017, 2018-January, pp. 328–331
7. Chornyi O., Herasymenko L., Zelenska L. Diagnostic Assessment Of The Competency Maturity Of Electrical Engineers Through Profession-oriented problems. Proceedings of the International Conference on 2020 IEEE 25th International Conference on Problems of Automated Electrodrive. Theory and Practice (PAEP), PAEP 2020 (2020) 423-426. DOI: 10.1109/PAEP49887.2020.9240864
8. Chornyi O., Herasymenko L., Zelenska L. Diagnostic Assessment Of The Competency Maturity Of Electrical Engineers Through Profession-oriented problems. Proceedings of the International Conference on 2020 IEEE 25th International Conference on Problems of Automated Electrodrive. Theory and Practice (PAEP), PAEP 2020 (2020) 423-426. DOI: 10.1109/PAEP49887.2020.9240864
9. Chornyi, O.P., Herasymenko, L.V., Busher, V.V. The learning process simulation based on differential equations of fractional orders. CEUR Workshop Proceedings, 8th Workshop on Cloud Technologies in Education, CTE 2020, 2879, pp. 473–483. DOI: ISSN: 16130073
10. Гмурман В. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. Пособие для вузов. – 10-е изд., стер. – Москва, Высш. шк., 2004. 479 с.
11. Hwang, Dae-Yeop. (2003). Classical Test Theory and Item Response Theory: Analytical and Empirical Comparisons.
12. Anderson, Lorin W.; Krathwohl, David R., ред. (2001). A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives. New York: Longman. ISBN 978-0-8013-1903-7.
13. Guchenko, M., Sydorenko, V., Belska, V., Liutenko, M., Fesenko, N. (2021). DComFra Project Learning Module M20 Advanced Spreadsheets in Mathematical Modeling Tasks of Electrical and Computer Engineers Education. Proceedings of the 20th IEEE International Conference on Modern Electrical and Energy Systems, MEES 2021, 2021
14. Shikhnabieva, T.Sh. (2009). Methodological basis for the submission and control of knowledge in the field of computer science using an adaptive semantic models. Diss… d-RA PED. Sciences. M., p. 365
15. Shikhnabieva, T.Sh. (2012). On the development of modern educational systems. Information environment education and science. Information environment education and science – 2012, No. 10 (2012).

References

1. Hwang, Dae-Yeop. (2003). Classical Test Theory and Item Response Theory: Analytical and Empirical Comparisons.
2. Mudruk, S. (2014). Praktychnyi posibnyk dlia rozrobky testovykh zavdan. URL: https://newjustice.org.ua/wp-content/uploads/2018/05/Manual_for_test_writers.pdf (дата звернення 28.06.2022) [In Russia]
3. O.P. Chornyi, S.A. Serhiienko. (2017). A virtual complex with the parametric adjustment to electromechanical system parameters. Institute of Electrodynamics National Academy of Science of Ukraine. Issue No 1, 2019 (January/February) Pages 38 – 41 https://doi.org/10.15407/techned2019.01.038
4. Geroimenko, V. (2020). Augmented reality in Education. A new technology for teaching and learning.. Springer Nature Switzerland AG 2020. DOI:10.1007/978-3-030-42156-4
5. Chornyi O., Herasymenko L. Tytiuk V., Bigdan M., Busher V. Visualisation of the Maturity of Future Electrical Engineers Professional Competencies. Proceedings of the IEEE 20th International Conference on Modern Electrical and Energy System (MEES), MEES 2021 (2021) 254-259. DOI: 10.1109/MEES52427.2021.9598577
6. The analysis of the process of the laboratory practicum fulfillment and the assessment of its efficiency on the basis of the distance function Chornyi, O., Serhiienko, S., Yudyna, A., Sydorenko, V. Proceedings of the International Conference on Modern Electrical and Energy Systems, MEES 2017, 2017, 2018-January, pp. 328–331
7. Chornyi O., Herasymenko L., Zelenska L. Diagnostic Assessment Of The Competency Maturity Of Electrical Engineers Through Profession-oriented problems. Proceedings of the International Conference on 2020 IEEE 25th International Conference on Problems of Automated Electrodrive. Theory and Practice (PAEP), PAEP 2020 (2020) 423-426. DOI: 10.1109/PAEP49887.2020.9240864
8. Chornyi O., Herasymenko L., Zelenska L. Diagnostic Assessment Of The Competency Maturity Of Electrical Engineers Through Profession-oriented problems. Proceedings of the International Conference on 2020 IEEE 25th International Conference on Problems of Automated Electrodrive. Theory and Practice (PAEP), PAEP 2020 (2020) 423-426. DOI: 10.1109/PAEP49887.2020.9240864
9. Chornyi, O.P., Herasymenko, L.V., Busher, V.V. The learning process simulation based on differential equations of fractional orders. CEUR Workshop Proceedings, 8th Workshop on Cloud Technologies in Education, CTE 2020, 2879, pp. 473–483. DOI: ISSN: 16130073
10. Gmurman V. Teoriya veroyatnostej i matematicheskaya statistika: Ucheb. Posobie dlya vuzov. – 10-e izd., ster. – Moskva, Vyssh. shk., 2004. 479 c. [In Russia]
11. Hwang, Dae-Yeop. (2003). Classical Test Theory and Item Response Theory: Analytical and Empirical Comparisons.
12. Anderson, Lorin W.; Krathwohl, David R., ред. (2001). A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives. New York: Longman. ISBN 978-0-8013-1903-7.
13. Guchenko, M., Sydorenko, V., Belska, V., Liutenko, M., Fesenko, N. (2021). DComFra Project Learning Module M20 Advanced Spreadsheets in Mathematical Modeling Tasks of Electrical and Computer Engineers Education. Proceedings of the 20th IEEE International Conference on Modern Electrical and Energy Systems, MEES 2021, 2021

14. Shikhnabieva, T.Sh. (2009). Methodological basis for the submission and control of knowledge in the field of computer science using an adaptive semantic models. Diss… d-RA PED. Sciences. M., p. 365
15. Shikhnabieva, T.Sh. (2012). On the development of modern educational systems. Information environment education and science. Information environment education and science – 2012, No. 10 (2012).

Сидоренко Валерій Миколайович.
Кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерної інженерії та електроніки,
КрНУ імені Михайла Остроградського, м. Кременчук, Першотравнева, 20.
Тел. +380976874999. E-mail: vnsidorenko@gmail.com

Sydorenko Valeriy Mykolayovych.
PhD, Associate Professor, Associate Professor of Computer engineering and Electronics Deparment,
Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskui National University, 20, Pershotravneva Street, Kremenchuk.
Phone: +380976874999. E-mail: vnsidorenko@gmail.com

ORCID: 0000-0002-4449-073X
Researcher ID: J-2880-2018
Scopus ID: 57192554991

Садовнича Світлана Анатоліївна.
Учитель математики Кременчуцького ліцею №11 «Гарант», спеціаліст вищої кваліфікованої категорії, учитель-методист
Кременчуцький ліцей №11 «Гарант» Кременчуцької міської ради Кременчуцького району
Полтавської області, м. Кременчук, вул. Першотравнева, 53.
Тел. +380668321949 E-mail: svsadovnica@gmail.com

Sadovnycha Svitlana Anatoliivna.
Mathematics teacher of Kremenchug lyceum №11 "Garant", specialist of the highest qualified category, teacher-methodologist
Kremenchug Lyceum №11 "Garant" of Kremenchug City Council of Kremenchug district of Poltava region, Kremenchuk, st. Pershotravneva, 53.
Phone: +380668321949. E-mail: svsadovnica@gmail.com

ORCID: 0000-0003-4447-8631

Долударєва Еліна Віталіївна.
Учениця 11 класу.
Кременчуцький ліцей №11 «Гарант» Кременчуцької міської ради Кременчуцького району
Полтавської області, м. Кременчук, вул. Першотравнева, 53.
Тел.+380678330581 E-mail: doludarieva.elina@gmail.com

Doludarieva Elina.
11th grade student
Kremenchug Lyceum №11 "Garant" of Kremenchug City Council of Kremenchug district of Poltava region, Kremenchuk, st. Pershotravneva, 53.
Phone:+380678330581. E-mail: doludarieva.elina@gmail.com

ORCID: 0000-0001-9964-0953

Citation (APA):
Sydorenko V., Sadovnicha S., Doludarieva E. (2022). Optimization of the structure of test tasks for online training courses based on a probabilistic model. Engineering and Educational Technologies, 10 (2), 27–36. doi: https://doi.org/10.30929/2307-9770.2022.10.02.03

Цитування (ДСТУ 8302:2015):
Сидоренко В. М., Садовнича С. А., Долударєва Є. В. Оптимізація структури тестових завдань навчальних онлайн-курсів на основі ймовірнісної моделі / Інженерні та освітні технології. 2022. Т. 10. № 2. С. 27–36. doi: https://doi.org/10.30929/2307-9770.2022.10.02.03

Обсяг статті: сторінок – 10 ; умовних друк. аркушів – 1,448.